

Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Сибирский государственный индустриальный университет»

Кафедра электротехники и электрооборудования

РАСЧЁТ УСТАНОВИВШИХСЯ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Методические указания к выполнению
расчётно-графических работ для студентов
электротехнических специальностей заочного обучения
по дисциплине «Теоретические основы электротехники»

Новокузнецк
2014

УДК 621.34 (075)

Р 24

Рецензент

Кандидат технических наук,
профессор кафедры автоматизированного электропривода
и промышленной электроники СибГИУ

П. Н. Кунин

Р 24. Расчёт установившихся процессов в линейных электрических цепях: метод. указ. / Сиб. гос. индустр. ун-т; сост.: В.С. Князев, М.В. Кипервассер. – Новокузнецк : СибГИУ, 2014. – 46с., ил.

Приведены варианты индивидуальных задач для выполнения контрольных работ по расчёту линейных электрических цепей, содержащих синусоидальные, трёхфазные и несинусоидальные источники. Излагается методика выполнения контрольных работ, приведены примеры расчёта линейных электрических цепей комплексным методом с синусоидальными и несинусоидальными источниками электрической энергии.

Предназначены для студентов электротехнических специальностей заочного обучения.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Целью и задачей курса «Теоретические основы электротехники» является теоретическая и практическая подготовка специалистов – инженеров-электриков по специальностям “Электропривод и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов”, “Электромеханика в горном производстве”.

В курсе «Теоретические основы электротехники» знания электромагнитных явлений и процессов, рассмотренных в курсе физики, развиваются в направлении разработки методов анализа, расчета и экспериментального исследования электрических и магнитных цепей, электрических и магнитных полей в современных электротехнических и электронных устройствах. Теоретическая электротехника как общепрофессиональная дисциплина дает фундаментальные знания для специальных дисциплин при подготовке специалистов электротехнического профиля.

Учебными планами дисциплина «Теоретические основы электротехники» разбита на две части и изучается в двух учебных семестров. В первой части курса (ТОЭ, ч. I) изучаются установившиеся процессы и методы их расчёта в линейных электрических цепях постоянного тока, переменного синусоидального и несинусоидального токов, трёхфазные цепи. Во второй части курса (ТОЭ, ч. II) изучаются установившиеся процессы и методы их расчёта в нелинейных электрических и магнитных цепях постоянного и переменного токов, переходные процессы в линейных и нелинейных электрических цепях, электрические цепи с распределёнными параметрами.

Учебными планами предусмотрено по первой части дисциплины выполнение одной контрольной работы, включающей три задачи, а по второй части дисциплины – выполнение одной контрольной работы, включающей четыре задачи.

В данной работе приведены контрольные работы и методические указания к ним по первой части курса «Теоретические основы электротехники»

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ, ч. I

Каждая задача контрольной работы имеет 19 вариантов. Номер варианта задачи определяется суммой двух последних цифр зачетной книжки студента.

ЗАДАЧА 1

Для электрической цепи синусоидального тока, соответствующей номеру варианта задачи (таблица 1), и изображённой на рисунках 1-1 – 1-20, требуется:

1. На основании законов Кирхгофа составить в общем виде систему уравнений для расчёта токов во всех ветвях схемы, записав её в двух формах: а) дифференциальной; б) комплексной.

2. Определить комплексы действующих значений токов во всех ветвях, воспользовавшись одним из методов расчёта линейных электрических цепей.

Примечание: при расчёте необходимо учесть, что одна из ЭДС может быть задана косинусоидой (не синусоидой); при записи её в комплексном виде сначала необходимо от косинусоиды перейти к синусоиде.

3. По результатам расчёта токов ветвей, составить для электрической цепи баланс активных и реактивных мощностей.

4. Построить для цепи топографическую диаграмму напряжений, совмещённую с векторной диаграммой токов; при этом потенциал точки «а», указанной на схеме, принять равным нулю.

5. Полагая, что между двумя любыми индуктивными катушками, расположенными в различных ветвях заданной электрической цепи, имеется индуктивная связь при взаимной индуктивности, равной M , составить по законам Кирхгофа систему уравнений для расчёта токов во всех ветвях схемы, записав её в двух формах: а) дифференциальной; б) комплексной.

Указания:

1) Ориентируясь на ранее принятые направления токов ветвей, одноимённые зажимы индуктивных катушек выбрать таким образом, чтобы их включение было встречное, обозначить одноимённые зажимы на схеме точками.

2) В случае отсутствия в заданной схеме второй индуктивности ввести вторую катушку индуктивности дополнительно в одну из ветвей, не содержащих индуктивность L .

Таблица 1-1 – Параметры элементов электрической цепи

№ варианта	Рисунок	L ₁	L ₂	L ₃	C ₁	C ₂	C ₃	R ₁	R ₂	R ₃	f, Гц	e ₁ (t), В	e ₂ (t), В	e ₃ (t), В
		мГн			мкФ			Ом						
0	1-19	—	4,974	49,74	0,995	0,398	0,398	—	250	—	800	566·cos(ω·t - 90°)	—	707·sin(ω·t + 180°)
1	1-1	—	6,37	—	10,61	—	—	—	—	10	500	99·sin(ω·t + 20°)	179·cos(ω·t + 270°)	—
2	1-2	1,273	3,183	—	—	3,978	—	—	—	25	1000	70,5·cos(ω·t + 270°)	—	84,6·sin(ω·t - 30°)
3	1-3	—	1,736	—	—	—	4,02	17	—	—	1100	113,1·sin ω·t	—	46,2·cos(ω·t - 90°)
4	1-4	1,364	—	5,46	3,25	—	—	—	65	—	700	141,4·sin ω·t	—	282,4·cos(ω·t - 140°)
5	1-5	—	—	2,626	1,243	—	8,84	—	65	—	2000	212,1·sin(ω·t + 90°)	—	282,4·cos(ω·t + 300°)
6	1-6	—	1,061	2,48	—	—	1,38	17	—	—	1800	113,1·cos(ω·t - 105°)	—	56,6·sin(ω·t - 40°)
7	1-7	1,273	0,796	—	—	6,366	—	—	—	25	1000	70,7·cos(ω·t - 70°)	—	84,85·sin(ω·t - 10°)
8	1-8	40,32	—	—	35,37	—	53,1	—	25	—	150	70,7·cos(ω·t + 260°)	56·sin(ω·t - 170°)	—
9	1-9	—	4,24	1,91	—	0,791	0,736	17	—	—	3000	113,1·sin(ω·t - 20°)	—	56,57·cos(ω·t - 150°)
10	1-10	1,041	—	2,57	0,765	—	3,06	—	65	—	2600	113,1·sin(ω·t + 10°)	—	282,8·cos(ω·t - 60°)
11	1-11	159,2	25,5	—	0,531	1,768	—	—	—	100	500	113,1·sin ω·t	—	141,4·cos ω·t
12	1-12	—	159,2	25,5	—	0,531	1,768	100	—	—	500	282,8·cos(ω·t - 225°)	—	141,4·sin ω·t
13	1-13	—	—	31,83	1,59	—	1,59	—	100	—	1000	169,7·sin ω·t	169,7·sin(ω·t + 90°)	169,7·cos(ω·t + 90°)
14	1-14	15,9	3,98	—	—	1,273	—	—	—	100	1000	169,7·sin(ω·t - 180°)	—	169,7·cos ω·t
15	1-15	—	6,82	—	—	0,91	0,455	100	—	—	3500	240·sin(ω·t + 135°)	169,7·sin(ω·t + 180°)	169·cos(ω·t - 90°)
16	1-16	5,97	—	—	0,796	—	0,398	—	100	—	4000	169,7·sin(ω·t + 180°)	169,7·cos ω·t	169,7·sin ω·t
17	1-17	1,592	—	—	—	0,531	—	—	—	100	5000	282,8·sin ω·t	282,8·cos(ω·t + 90°)	—
18	1-18	—	31,83	58,36	—	—	10,61	60	—	—	300	—	707·cos(ω·t - 80°)	707·sin(ω·t - 50°)
19	1-20	15,92	35,81	—	3,978	—	—	—	150	100	400	141,42·sin(ω·t - 60°)	70,71·cos(ω·t - 60°)	—

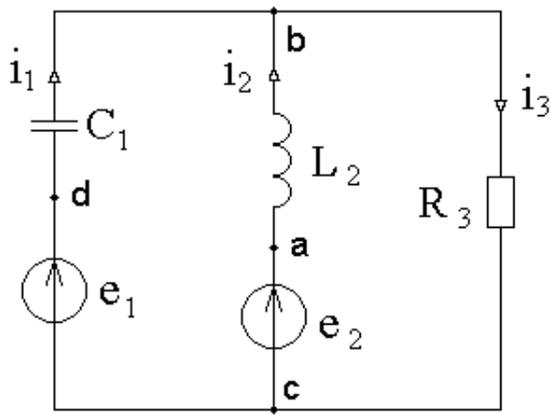


Рисунок 1-1

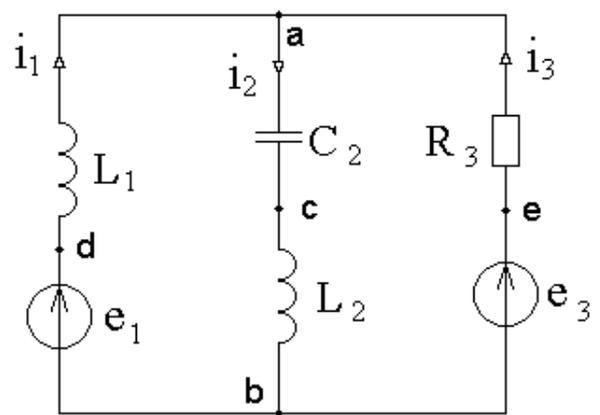


Рисунок 1-2

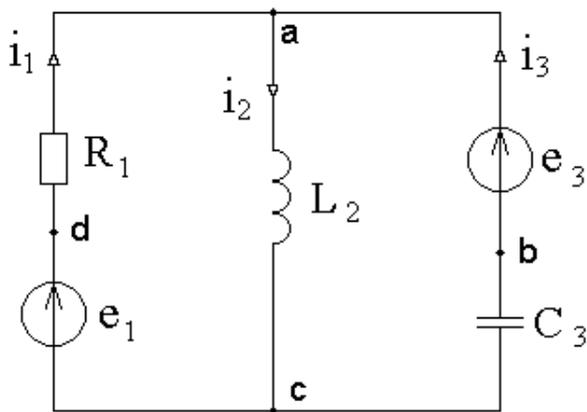


Рисунок 1-3

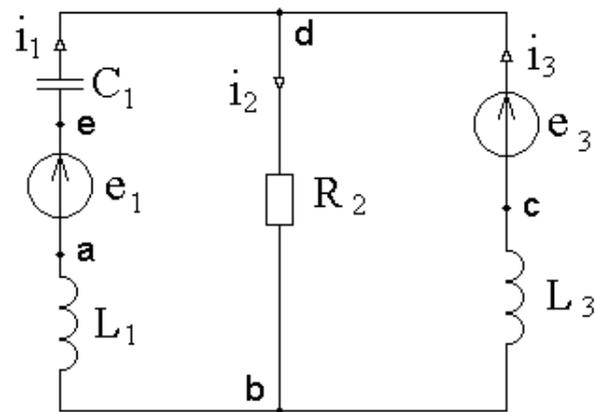


Рисунок 1-4

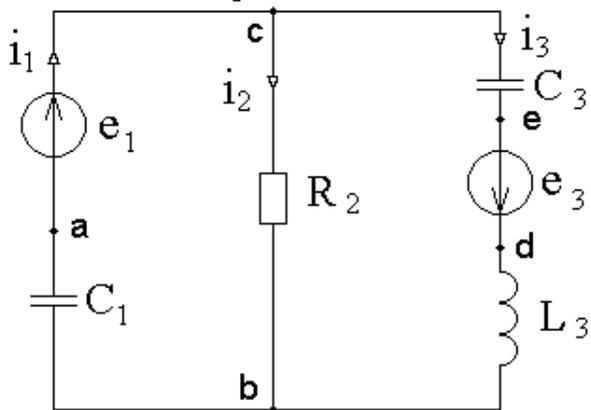


Рисунок 1-5

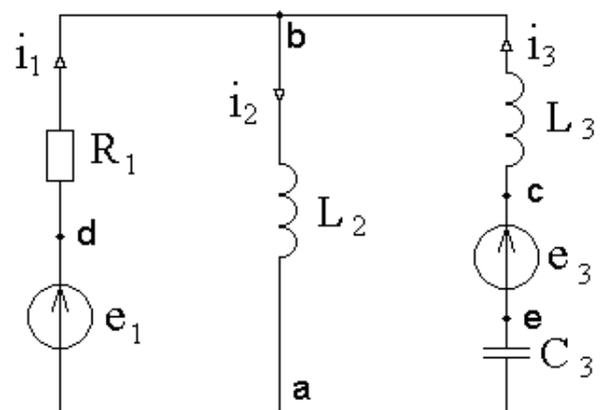


Рисунок 1-6

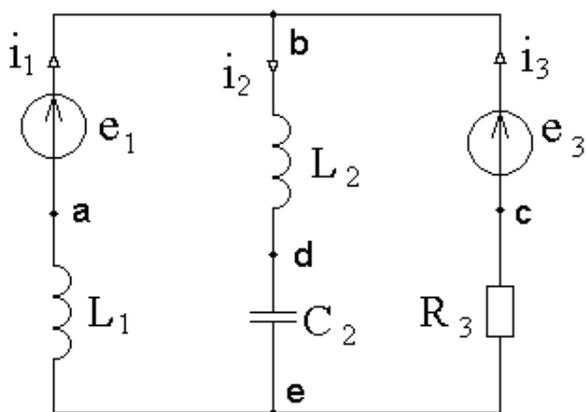


Рисунок 1-7

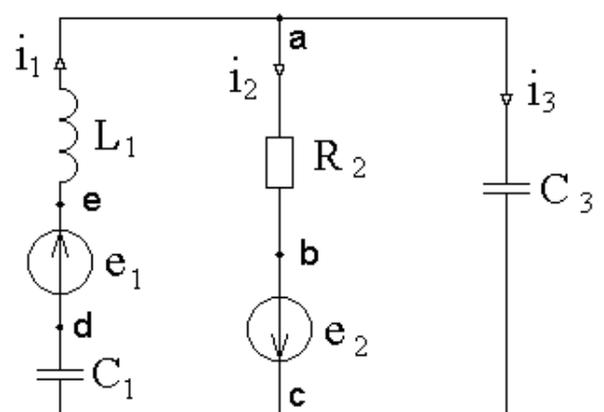


Рисунок 1-8

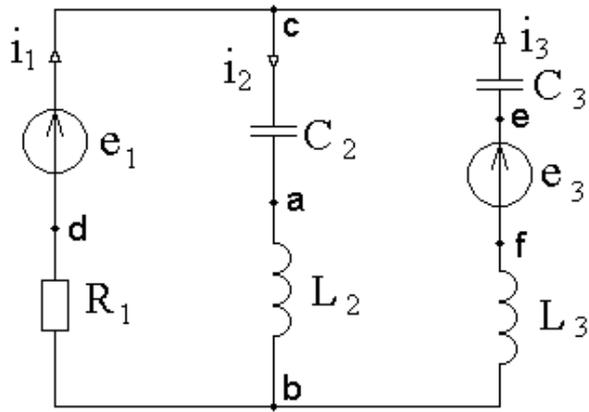


Рисунок 1-9

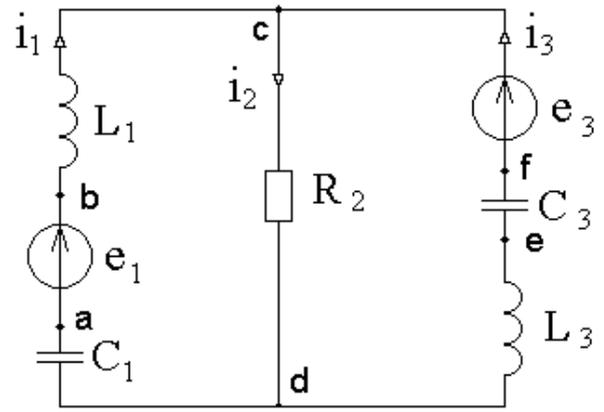


Рисунок 1-10

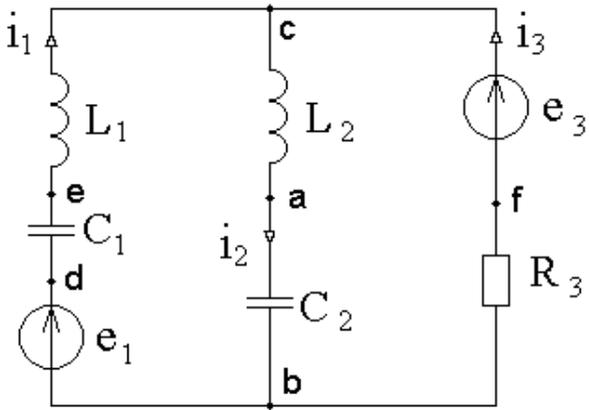


Рисунок 1-11

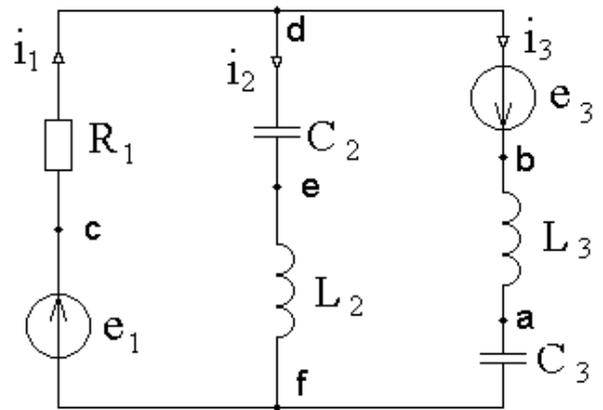


Рисунок 1-12

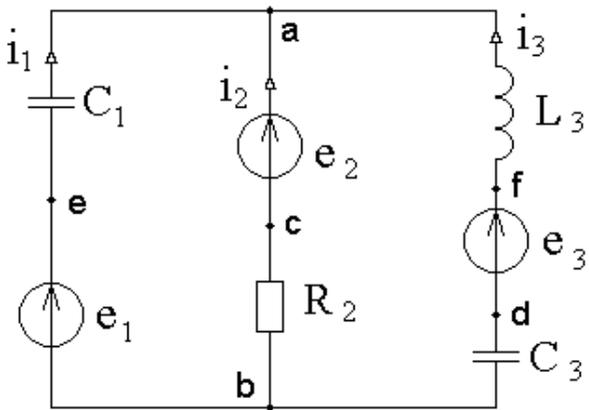


Рисунок 1-13

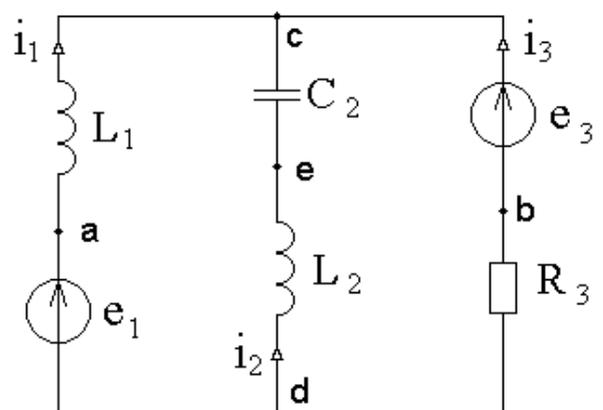


Рисунок 1-14

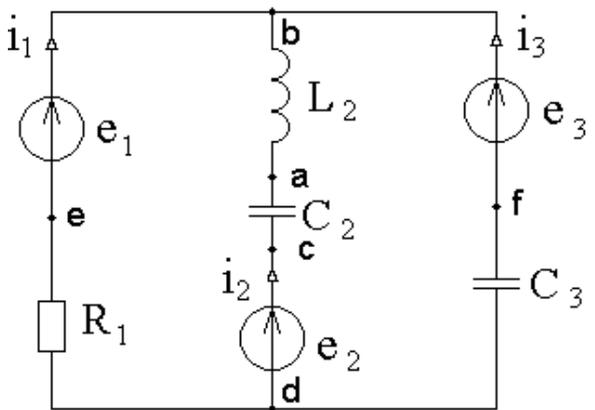


Рисунок 1-15

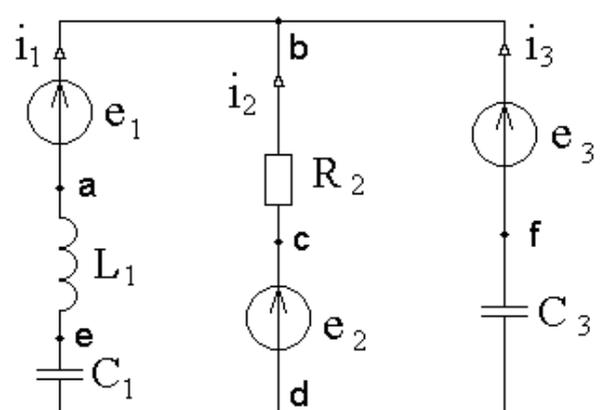


Рисунок 1-16

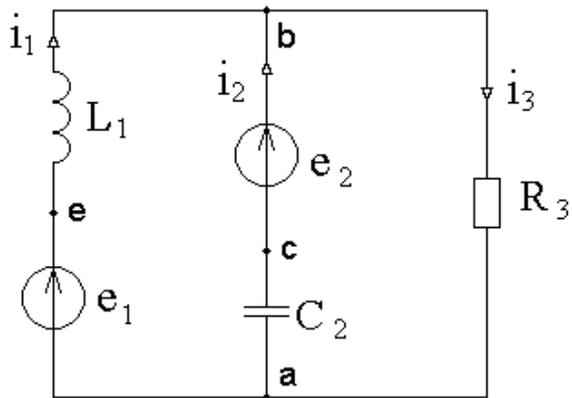


Рисунок 1-17

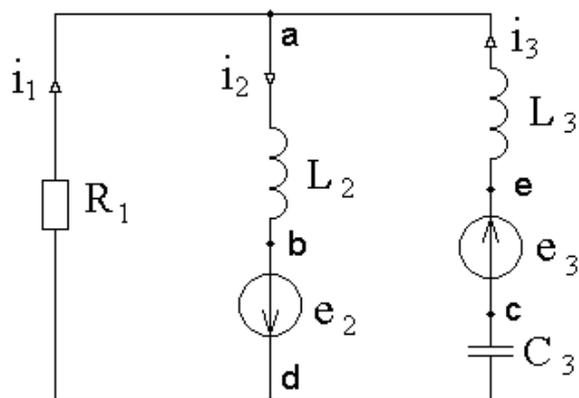


Рисунок 1-18

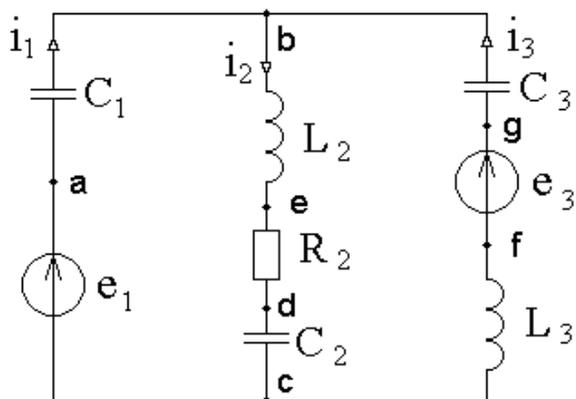


Рисунок 1-19

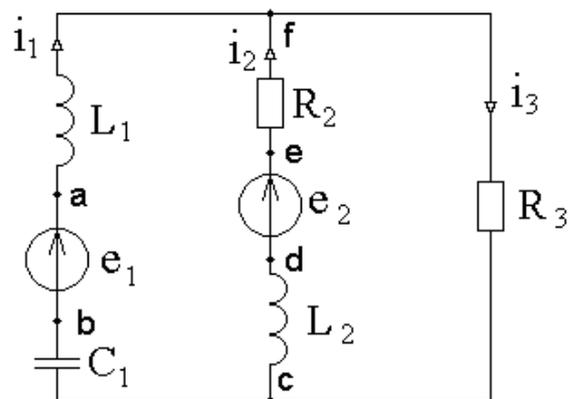


Рисунок 1-20

ЗАДАЧА 2

Электрическая цепь содержит трёхфазный генератор, создающий трёхфазную симметричную систему синусоидальных фазных ЭДС, и симметричную нагрузку (рисунки 2-1 – 2-20). Действующее значение ЭДС фазы генератора E_A , период изменения T , параметры элементов цепи R_1 , R_2 , L , C_1 и C_2 заданы (таблица 2.1).

Требуется:

1. Рассчитать токи во всех ветвях электрической цепи.
2. Определить мгновенное значение напряжения между заданными точками (последний столбец таблицы 2-1).
3. Подсчитать активную мощность трёхфазной системы.
4. Построить топографическую диаграмму напряжений, совмещённую с векторной диаграммой токов (за нулевой потенциал принять потенциал нулевой точки генератора).

Указания:

- 1) Начальную фазу ЭДС генератора \dot{E}_A принять равной нулю.
- 2) Внутренние сопротивления обмоток генератора полагать равными нулю.

3) При выполнении расчёта комплексным методом рекомендуется оперировать комплексными действующими значениями ЭДС, токов и напряжений.

4) Для вариантов, в которых нагрузка соединена треугольником, следует преобразовать её в соединение звездой.

Таблица 2.1 – Параметры элементов электрической цепи

№ варианта	Рисунок	E_A	T	L	C_1	C_2	R_1	R_2	Определить
		В	с	мГн	мкФ		Ом		
0	2-19	60	0,015	23,87	477,5	—	17,32	—	u_{bc}
1	2-1	100	0,015	22,27	275,7	—	4,33	8,66	u_{bc}
2	2-2	80	0,015	18,29	596,8	137,8	—	17,32	u_{ck}
3	2-3	60	0,015	4,78	398	—	7,66	2	u_{bp}
4	2-4	40	0,015	35,81	119,37	—	25,98	—	u_{mc}
5	2-5	20	0,015	35,81	119,37	—	8,66	—	u_{Ca}
6	2-6	90	0,015	107,43	119,37	—	8,66	—	u_{Ab}
7	2-7	70	0,015	41,35	174,77	—	17,32	—	u_{bc}
8	2-8	50	0,015	8,738	137,84	—	17,32	—	u_{Ca}
9	2-9	30	0,015	23,87	477,46	—	17,32	—	u_{Ac}
10	2-10	10	0,015	35,81	210,5	137,84	17,32	—	u_{ck}
11	2-11	200	0,015	22,274	275,67	—	4,33	8,66	u_{mc}
12	2-12	160	0,015	18,29	596,8	137,84	—	17,32	u_{bm}
13	2-13	120	0,015	4,775	397,9	—	7,66	2	u_{kc}
14	2-14	80	0,015	35,81	39,79	—	25,98	—	u_{Ab}
15	2-15	40	0,015	17,905	955	79,58	8,66	—	u_{Ab}
16	2-16	180	0,015	107,43	119,37	—	25,98	—	u_{bc}
17	2-17	140	0,015	41,35	174,77	—	17,32	—	u_{Ca}
18	2-18	100	0,015	8,738	137,84	—	17,32	—	u_{bc}
19	2-20	20	0,015	35,88	210,9	138	17,32	—	u_{bc}

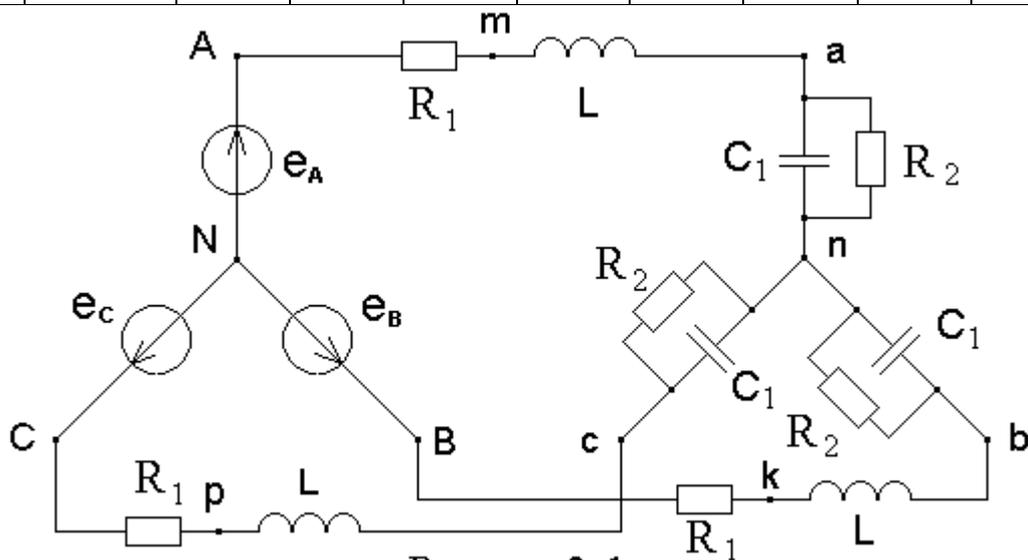


Рисунок 2-1

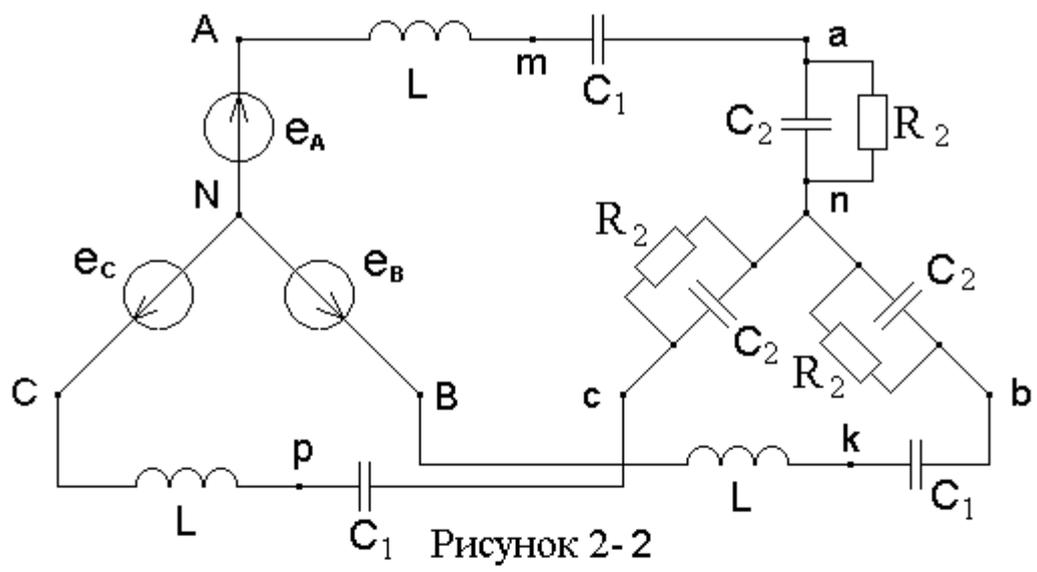


Рисунок 2-2

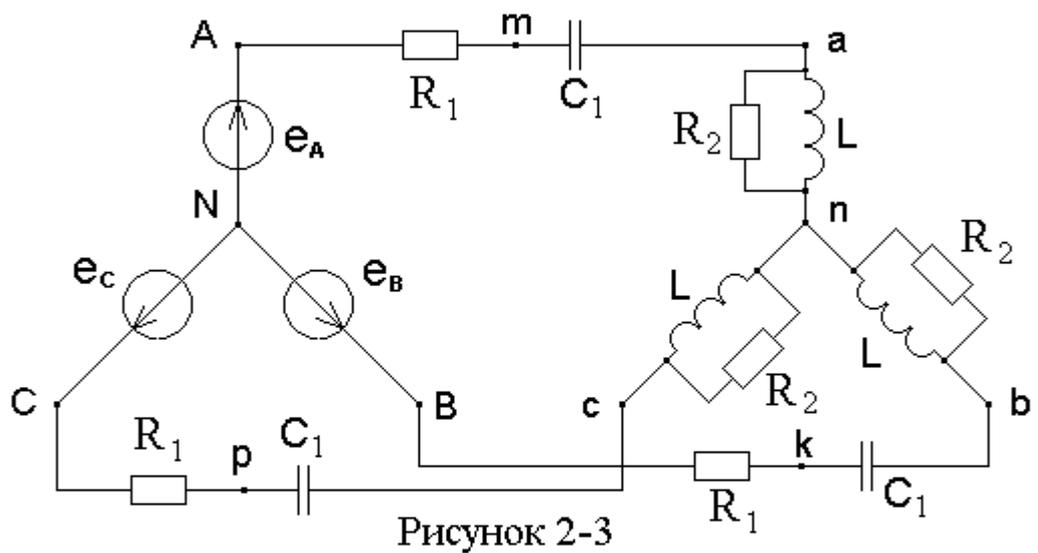


Рисунок 2-3

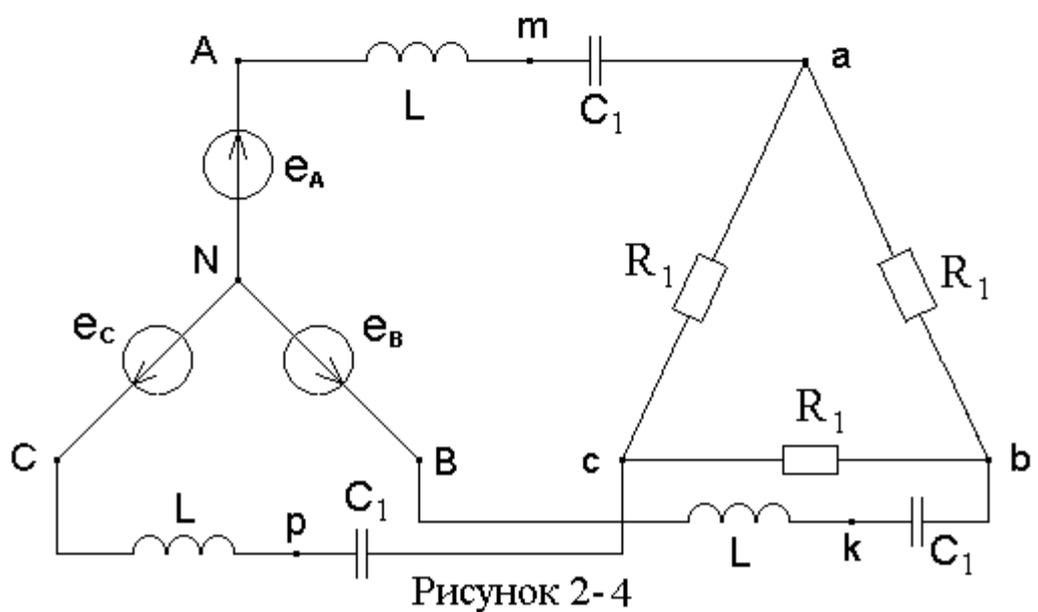


Рисунок 2-4

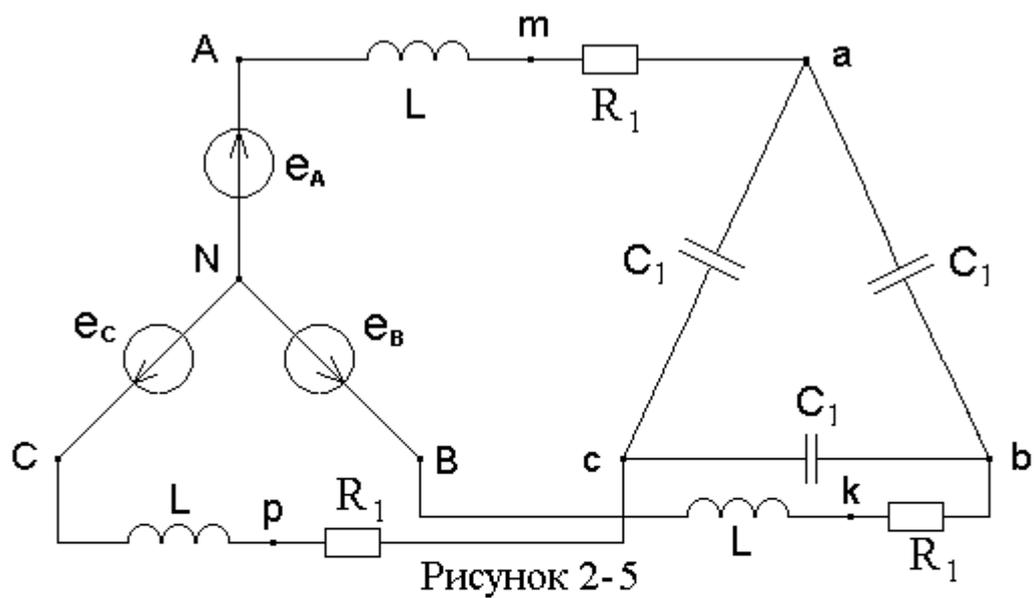


Рисунок 2-5

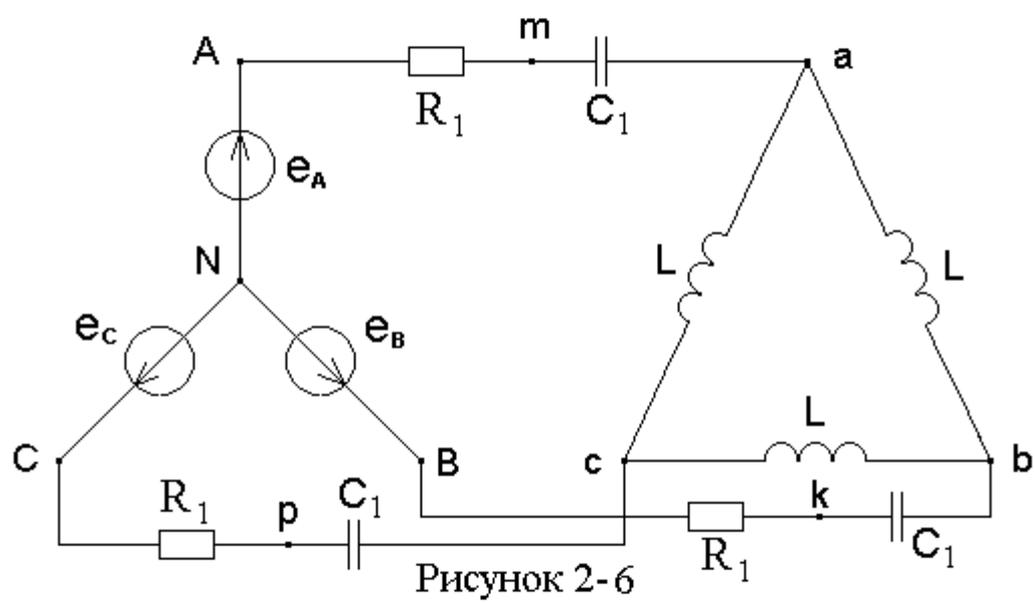


Рисунок 2-6

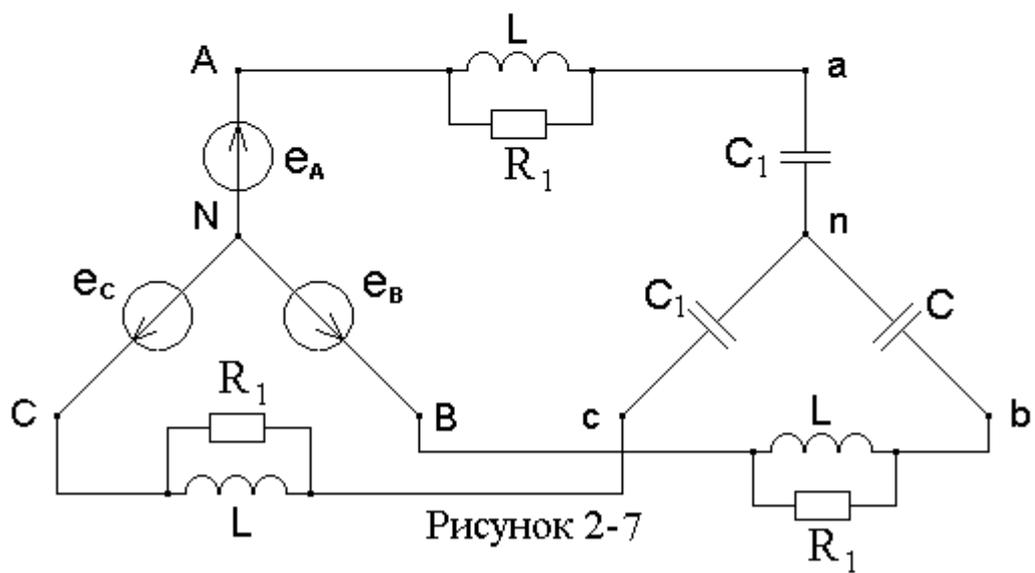


Рисунок 2-7

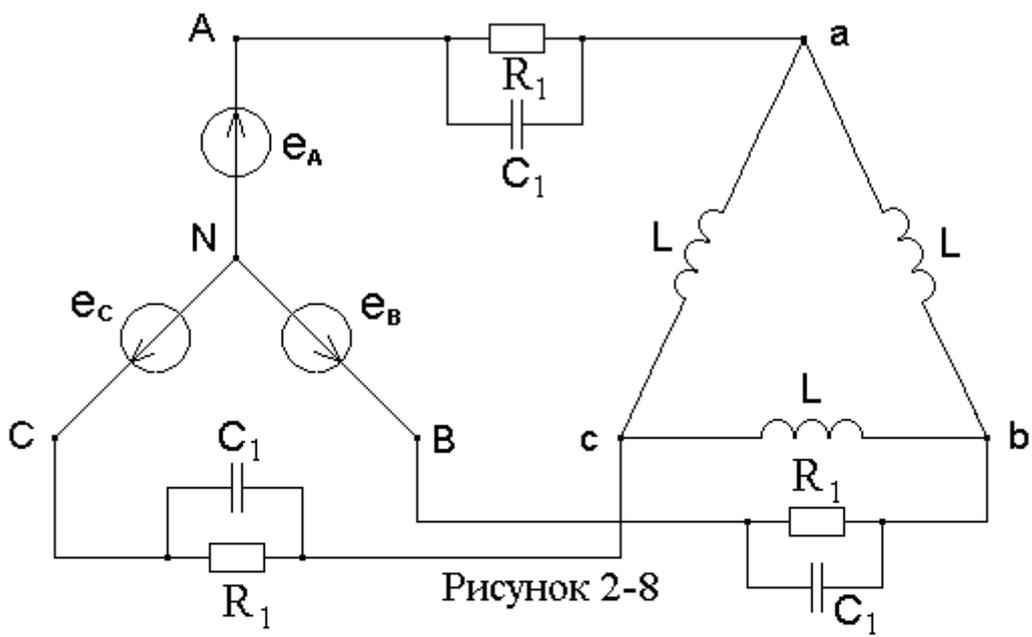


Рисунок 2-8

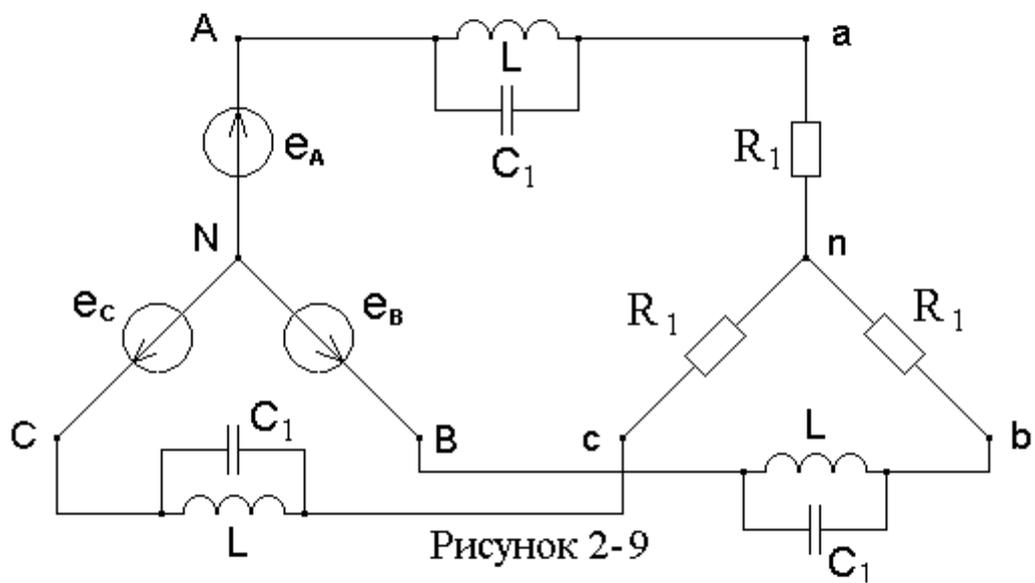


Рисунок 2-9

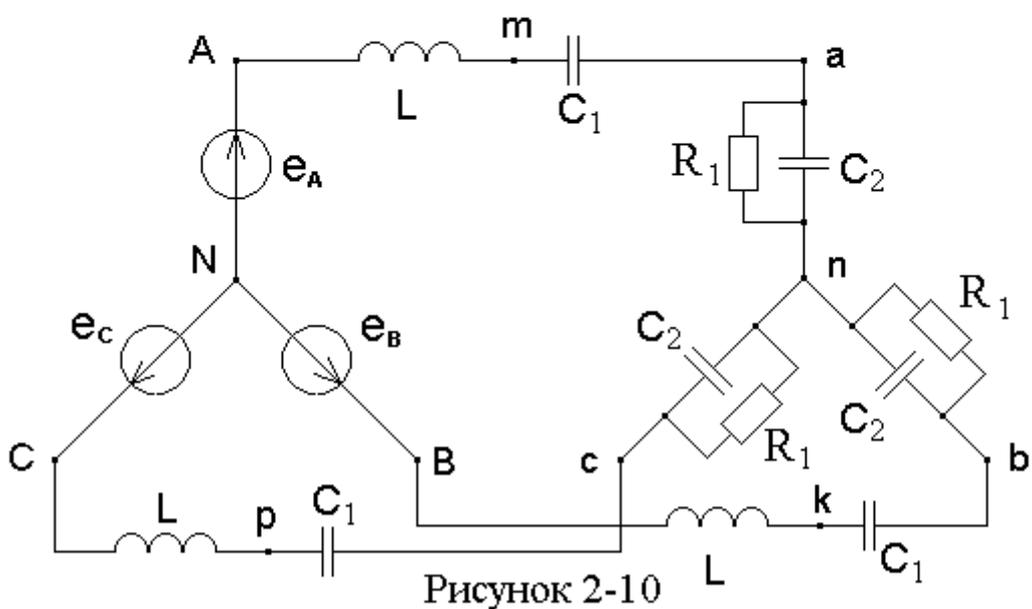


Рисунок 2-10

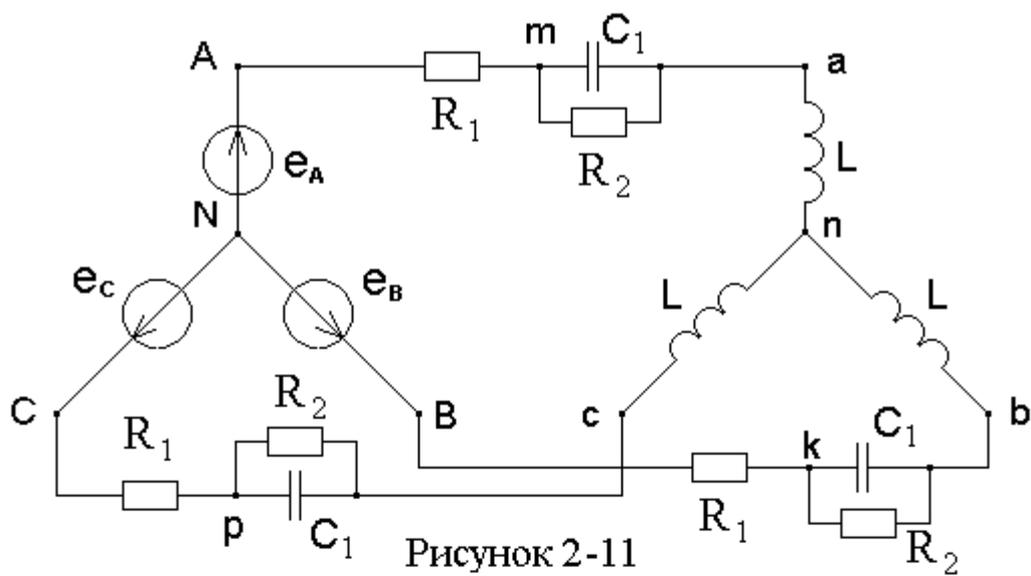


Рисунок 2-11

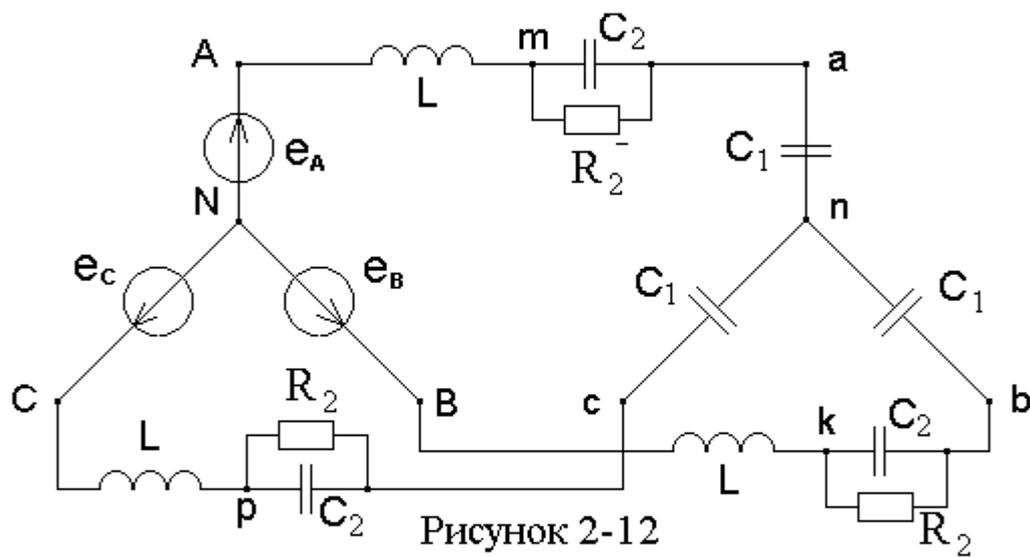


Рисунок 2-12

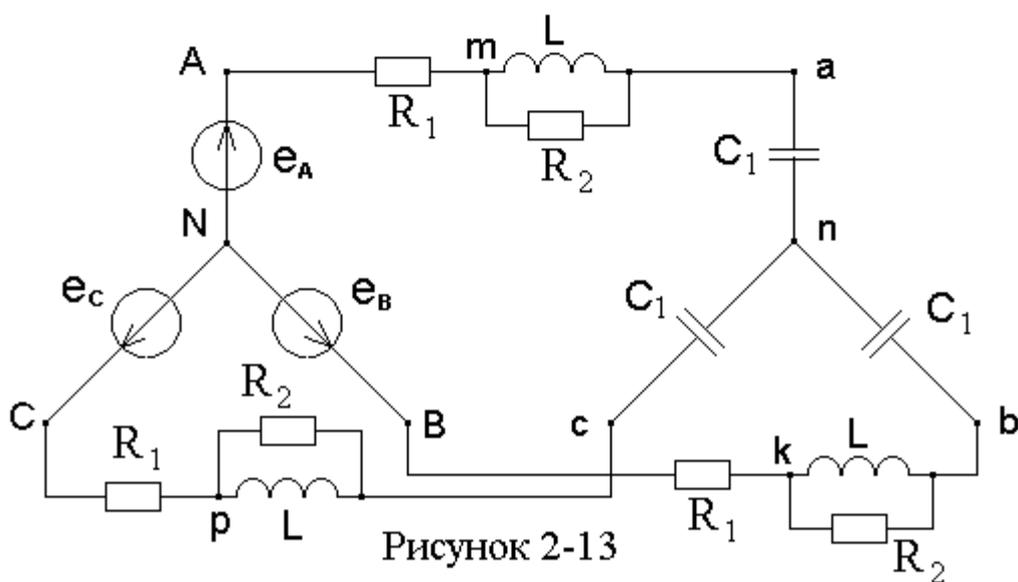


Рисунок 2-13

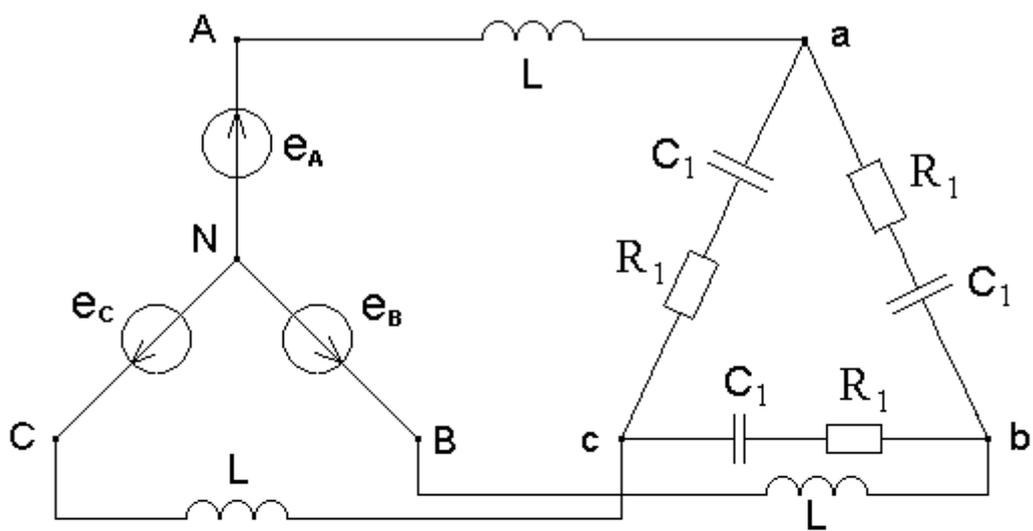


Рисунок 2-14

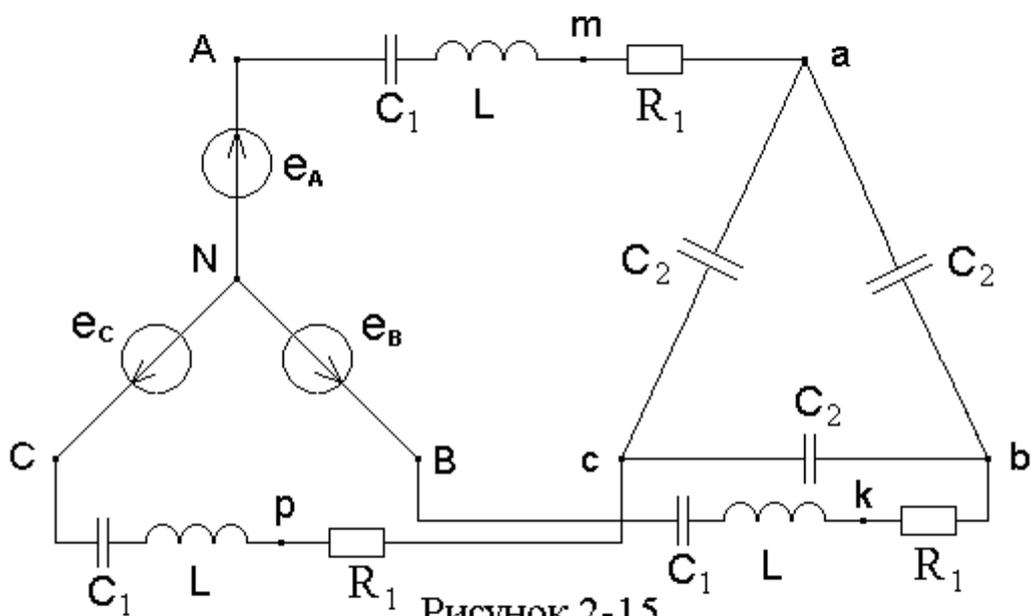


Рисунок 2-15

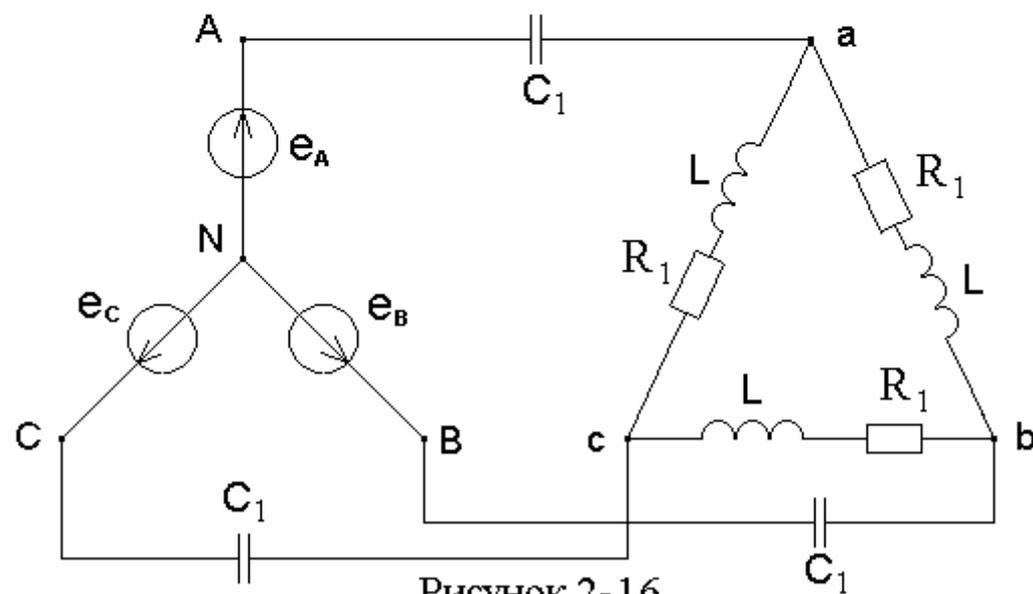


Рисунок 2-16

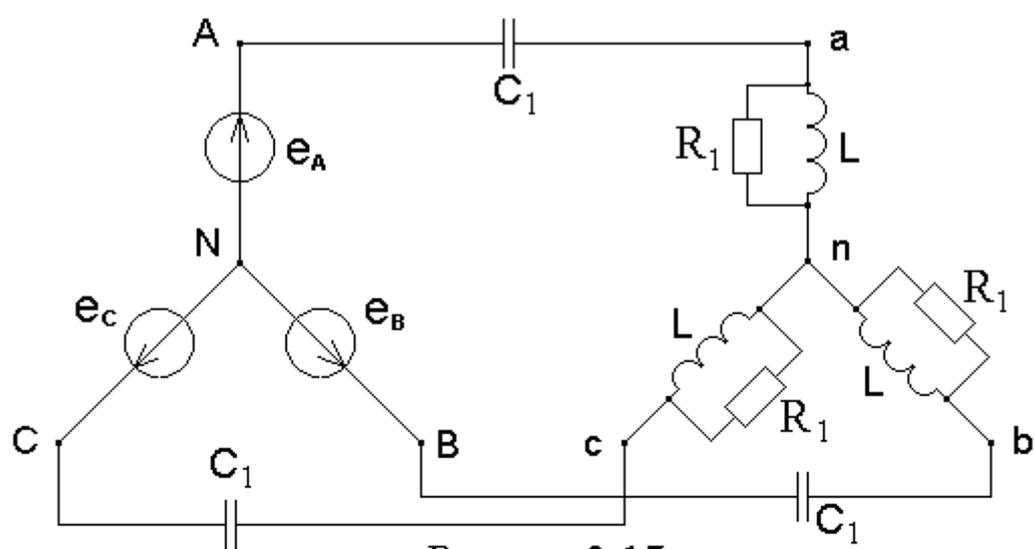


Рисунок 2-17

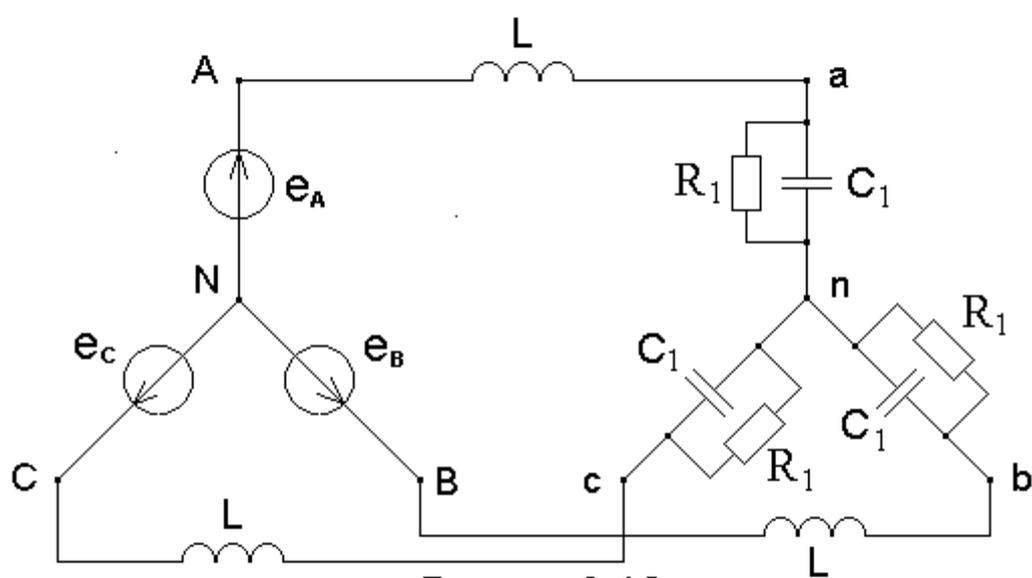


Рисунок 2-18

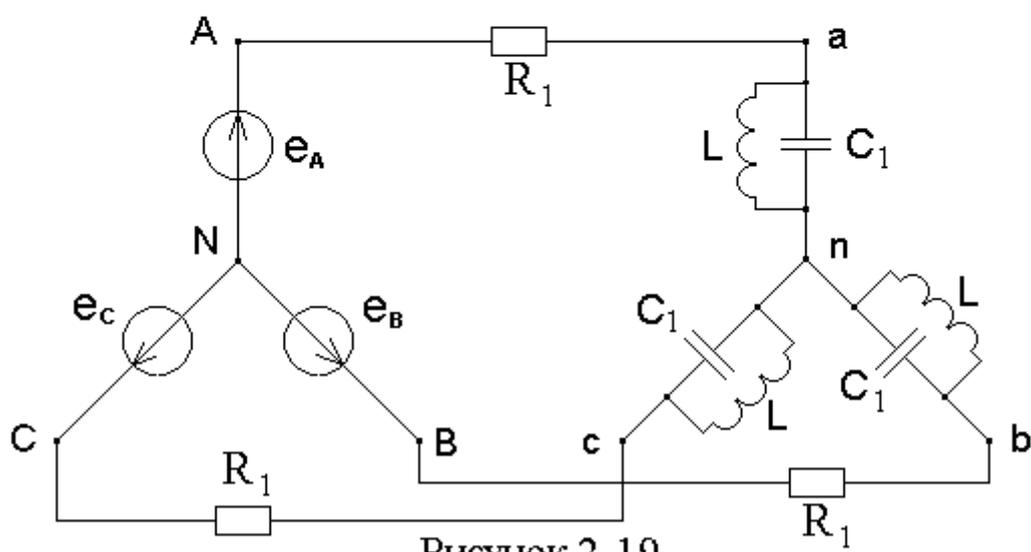
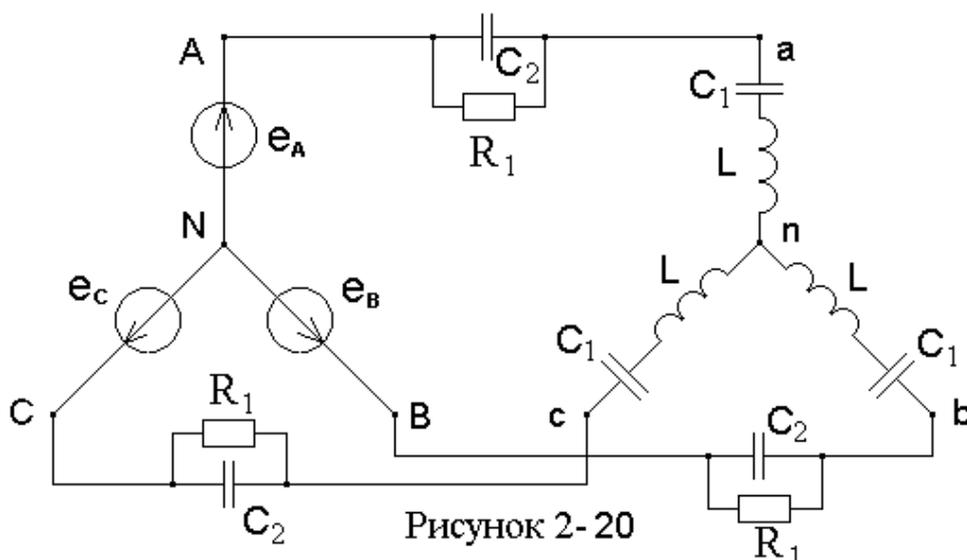


Рисунок 2-19



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

К представленным на рецензию контрольным заданиям предъявляются следующие требования:

1. Контрольная работа выполняется каждая в отдельной тетради. В тетради следует оставлять поля шириной не менее 3 см для замечаний рецензента.

2. Основные положения принимаемых решений должны иметь достаточно подробные пояснения.

3. Рисунки, графики, все схемы должны быть выполнены аккуратно и в удобочитаемом масштабе. Масштабы всех графиков должны быть показаны вдоль осей равномерными цифровыми метками. В конце осевых линий графиков указывают отложенную величину измерения и единицы её измерения (графики удобно выполнять на миллиметровой бумаге).

4. Решение каждой задачи должно начинаться с перечерчивания схемы задания индивидуального варианта. В соответствии с вариантом должны быть выписаны все числовые данные задания.

5. Все электрические величины: ЭДС, напряжения, токи, сопротивления и т. д., буквенные обозначения которых указываются в ходе решения, должны быть показаны на схемах, сопровождающих решения задач.

6. Размерность окончательных численных результатов должна быть обязательно указана.

7. Вычисления должны быть сделаны с точностью до четвёртой (не менее) значащей цифры результата.

8. После решения задач необходимо выполнить проверку полученных результатов.

9. Контрольные задания должны быть датированы и подписаны студентом на последней странице решения.

10. Не зачтённое контрольное задание должно быть выполнено заново и прислано на повторную рецензию вместе с первоначальной работой и замечаниями рецензента. Исправление ошибок в отрецензированном тексте не допускается – все исправления следует записывать после первоначального текста под заголовком “Исправление ошибок”.

Контрольные задания зачитываются, если решение не содержит ошибок принципиального характера и учтены все перечисленные требования к выполнению.

Работа над контрольными заданиями позволяет оценить усвоение отдельных разделов курса «ТОЭ», выработать навыки чётко, кратко и аргументировано излагать свои мысли. Для этого целесообразно руководствоваться следующими правилами и принципами:

1. Начиная решение задачи, указать, какие физические законы или расчётные методы предполагается использовать при решении, привести математическую запись этих законов и методов.

2. Тщательно продумать и пояснить, какие буквенные или цифровые обозначения предполагается использовать в решении.

3. В ходе решения не допустимо изменять однажды принятые направления токов и напряжений, наименование узлов схемы, обозначения сопротивлений и других величин.

4. Расчёт каждой величины следует выполнить сначала в общем виде, а затем в полученную формулу подставить численные значения и получить окончательный результат с указанием единиц измерения.

5. Для всех элементов электрических схем следует использовать обозначения, применяемые в учебниках по ТОЭ.

6. Каждому этапу решения необходимо давать пояснения, указывать обоснование принятых действий.

7. Градуировку осей при построении графиков выполнять, начиная с нуля, равномерно через один или два сантиметра. Весь график в целом и отдельные кривые на нём должны иметь названия.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ 1

Для расчёта линейных электрических цепей синусоидального тока применяют комплексный метод расчёта. Он заключается в том, что изменяющимся по синусоидальному закону функциям времени ставится в соответствие числа комплексного переменного.

Синусоидальным функциям времени тока, напряжения, ЭДС (мгновенным значениям i , u , e) ставятся в соответствие комплексные действующие значения этих величин:

$$\begin{aligned}i(t) = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_i) &\rightarrow \dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot \Psi_i}; \\u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_u) &\rightarrow \dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot \Psi_u}; \\e(t) = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_e) &\rightarrow \dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot \Psi_e},\end{aligned}$$

где I_m, U_m, E_m – амплитудные значения, соответственно, синусоидальных тока, напряжения и ЭДС; Ψ_i, Ψ_u, Ψ_e – начальные фазы тока, напряжения и ЭДС; $\dot{I}, \dot{U}, \dot{E}$ – комплексные действующие значения синусоидальных тока, напряжения и ЭДС.

Закон Ома для участка электрической цепи в комплексной форме запишется:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{U \cdot e^{j \cdot \Psi_u}}{Z \cdot e^{j \cdot \varphi}} = \frac{U}{Z} \cdot e^{j(\Psi_u - \varphi)} = I \cdot e^{j \cdot \psi_i},$$

где $\underline{Z} = Z \cdot e^{j \cdot \varphi} = Z \cdot \cos(\varphi) + j Z \cdot \sin(\varphi) = R + j \cdot X = R + j \cdot (X_L - X_C)$;

\underline{Z} – комплексное сопротивление участка цепи;

$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ – модуль комплексного сопротивления участка;

$\varphi = \arctg\left(\frac{X}{R}\right) = \arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$ – угол сдвига фаз;

$R = Z \cdot \cos(\varphi)$ – активное сопротивление участка цепи;

$X = X_L - X_C = Z \cdot \sin(\varphi)$ – реактивное сопротивление участка цепи.

Активное сопротивление R участка электрической цепи учитывает потребление (рассеивание) электрической энергии, реактивные сопротивления X учитывают энергию магнитных (реактивное индуктивное сопротивление X_L) или электрических (реактивное ёмкостное сопротивление X_C) полей.

Для элементов электрической цепи закон Ома в комплексной форме записывается:

– для резистивного элемента (потребление энергии):

$$u_R(t) = R \cdot i(t) \quad \rightarrow \quad \dot{U}_R = \underline{Z}_R \cdot \dot{I} = R \cdot \dot{I};$$

– для индуктивного элемента (энергия магнитного поля):

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad \dot{U}_L = \underline{Z}_L \cdot \dot{I} = (jX_L) \cdot \dot{I} = (j \cdot \omega L) \cdot \dot{I};$$

– для ёмкостного элемента (энергия электрического поля):

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t) \cdot dt \quad \rightarrow \quad \dot{U}_C = \underline{Z}_C \cdot \dot{I} = (-jX_C) \cdot \dot{I} = \left(-j \cdot \frac{1}{\omega C} \right) \cdot \dot{I}.$$

Здесь: R, L, C – параметры элементов электрической цепи;

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ – угловая частота синусоидальных величин, $1/c$;

f – частота, Гц; T – период изменения, с.

Законы Кирхгофа в комплексной форме записываются:

1) закон токов Кирхгофа (ЗТК) – 1-й закон Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0 \quad ["+" \text{ – при направлении тока к узлу}];$$

2) закон напряжений Кирхгофа (ЗНК) – 2-й закон Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^m \dot{U}_k = \sum_{k=1}^m \dot{E}_k \quad ["+" \text{ – при совпадении с обходом контура}].$$

Пример расчёта.

Заданная электрическая цепь синусоидального тока (вариант №19 из таблицы 1.1) содержит два источника энергии (источника ЭДС), имеет два узла ($y = 2$) и три ветви ($v = 3$) (рисунок 1.21).

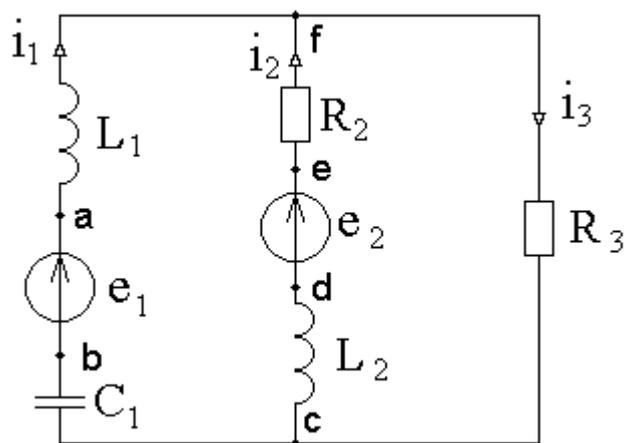


Рисунок 1.21 – Электрическая цепь синусоидального тока

Параметры элементов электрической цепи и источников ЭДС:

L_1 , мГн	L_2 , мГн	C_1 , мкФ	R_2 , Ом	R_3 , Ом	f , Гц
15,92	35,81	3,978	150	100	400

$$e_1(t) = 141,42 \cdot \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ В}; \quad e_2(t) = 70,71 \cdot \cos(\omega t - 60^\circ) \text{ В}.$$

1. По законам Кирхгофа для расчёта токов ветвей необходимо составить одно уравнение по закону токов [для одного из узлов цепи – $N_T = (y - 1) = 2 - 1 = 1$] и два уравнения по закону напряжений [для двух независимых контуров – $N_H = v - (y - 1) = 3 - (2 - 1) = 2$].

а) дифференциальная форма:

$$\begin{cases} i_1(t) + i_2(t) - i_3(t) = 0; \\ u_{C_1}(t) + u_{L_1}(t) - u_{R_2}(t) - u_{L_2}(t) = e_1(t) - e_2(t); \\ u_{L_2}(t) + u_{R_2}(t) + u_{R_3}(t) = e_2(t). \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1(t) + i_2(t) - i_3(t) = 0; \\ \frac{1}{C} \cdot \int i_1(t) \cdot dt + L_1 \cdot \frac{di_1(t)}{dt} - R_2 \cdot i_2(t) - L_2 \cdot \frac{di_2(t)}{dt} = e_1(t) - e_2(t); \\ L_2 \cdot \frac{di_2(t)}{dt} + R_2 \cdot i_2(t) + R_3 \cdot i_3(t) = e_2(t). \end{cases}$$

а) комплексная форма:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0; \\ (-j \cdot X_{C_1}) \cdot \dot{I}_1 + (j \cdot X_{L_1}) \cdot \dot{I}_1 - R_2 \cdot \dot{I}_2 - (j \cdot X_{L_2}) \cdot \dot{I}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2; \\ (j \cdot X_{L_2}) \cdot \dot{I}_2 + R_2 \cdot \dot{I}_2 + R_3 \cdot \dot{I}_3 = \dot{E}_2, \end{cases}$$

где $X_{L1} = \omega L_1 = 2\pi f L_1$; $X_{L2} = \omega L_2 = 2\pi f L_2$; $X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{2\pi f C_1}$.

2. Комплексные действующие значения ЭДС источников в показательной форме записи запишутся:

$$\dot{E}_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(\psi_{e1})} = \frac{141,42}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(-60^\circ)} = 100,0 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{E}_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(\psi_{e2})} = \frac{70,71}{\sqrt{2}} \cdot e^{j(-60^\circ + 90^\circ)} = 50,0 \cdot e^{j30^\circ} \text{ В}.$$

По формуле Эйлера определится алгебраическая форма записи комплексные действующие значения ЭДС источников энергии:

$$\dot{E}_1 = 100 \cdot e^{-j60^\circ} = 100 \cdot \cos(-60^\circ) + j100 \cdot \sin(-60^\circ) = (50,0 - j \cdot 86,602) \text{ В};$$

$$\dot{E}_2 = 50 \cdot e^{j30^\circ} = 50 \cdot \cos(30^\circ) + j50 \cdot \sin(30^\circ) = (43,301 + j \cdot 25,0) \text{ В}.$$

Реактивные сопротивления индуктивностей и ёмкости токам заданной частоты определяются:

$$X_{L1} = \omega \cdot L_1 = 2\pi f \cdot L_1 = 2\pi 400 \cdot 15,92 \cdot 10^{-3} = 40,0 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = \omega \cdot L_2 = 2\pi f \cdot L_2 = 2\pi 400 \cdot 35,81 \cdot 10^{-3} = 90,0 \text{ Ом};$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega \cdot C_1} = \frac{1}{2\pi f \cdot C_1} = \frac{1}{2\pi 400 \cdot 3,978 \cdot 10^{-6}} = 100,0 \text{ Ом}.$$

Для расчёта комплексных действующих значений токов ветвей электрической цепи схема принимает вид, показанный на рисунке 1.22а.

Комплексные сопротивления ветвей электрической цепи (рисунок 1.22а):

$$\underline{Z}_1 = j \cdot (X_{L1} - X_{C1}) = j \cdot (40 - 100) = -j \cdot 60 = 60 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j X_{L2} = 150 + j90 = \sqrt{150^2 + 90^2} \cdot e^{j \cdot \arctg\left(\frac{90}{150}\right)} = 174,929 \cdot e^{j30,964^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + j \cdot 0 = 100 + j \cdot 0 = 100 \cdot e^{j0^\circ} \text{ Ом}.$$

1) Расчёт действующих значений токов ветвей электрической цепи методом контурных токов.

На основании метода контурных токов для заданной электрической цепи (рисунок 1.22б) необходимо составить два уравнения

$[N_k = N_H = B - (y - 1) = 3 - (2 - 1) = 2]$ для двух контурных токов \dot{I}_{11} и \dot{I}_{22} .

Задаёмся независимыми контурами и указываем в них произвольно направления их контурных токов \dot{I}_{11} и \dot{I}_{22} (рисунок 1.22б).

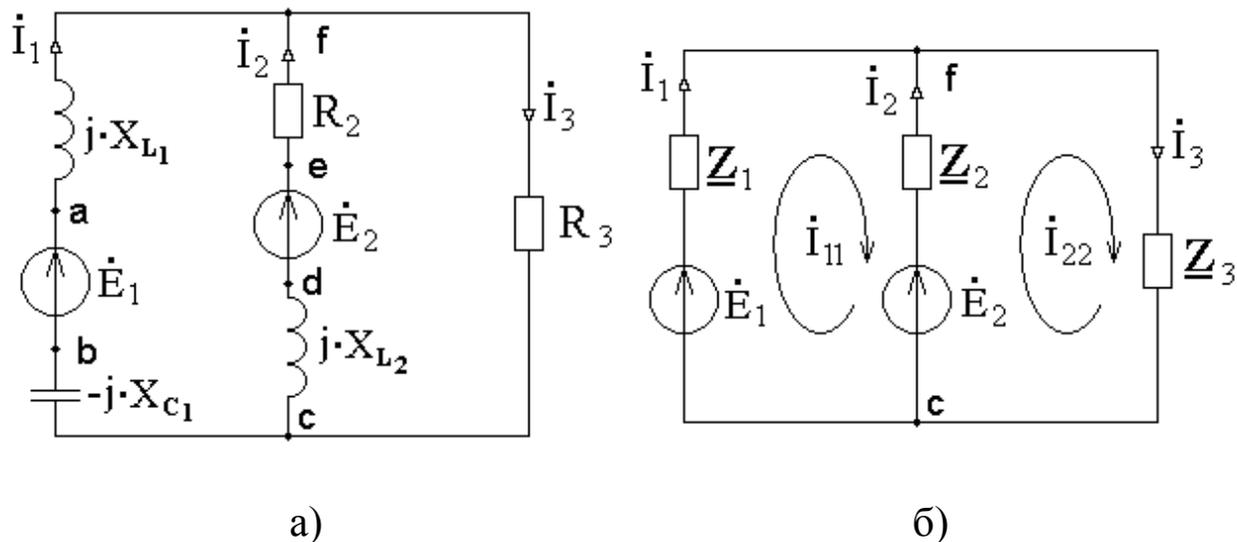


Рисунок 1.22 – Расчётная схема электрической цепи

Уравнения для контуров электрической цепи по методу контурных токов запишутся в общем виде (обход контура выбирается совпадающим с направлением собственного контурного тока):

$$\begin{cases} \underline{Z}_{11} \cdot \dot{I}_{11} + \underline{Z}_{12} \cdot \dot{I}_{22} = \dot{E}_{11}; \\ \underline{Z}_{21} \cdot \dot{I}_{11} + \underline{Z}_{22} \cdot \dot{I}_{22} = \dot{E}_{22}. \end{cases}$$

Собственные сопротивления контуров [два одинаковых индекса] – равны арифметической сумме комплексных сопротивлений ветвей, входящих в рассматриваемый контур:

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = (-j \cdot 60) + (150 + j \cdot 90) = 150 + j \cdot 30 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = (150 + j \cdot 90) + 100 = 250 + j \cdot 90 \text{ Ом}.$$

Общие сопротивление смежных контуров [два различных индекса] равны арифметической сумме комплексных сопротивлений ветвей, расположенных между соответствующими контурами. Эти сопротивления положительны, если направления контурных токов смежных контуров в них совпадают (и отрицательны, если не совпадают):

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = -\underline{Z}_2 = -(150 + j \cdot 90) \text{ Ом}.$$

Контурные ЭДС равны алгебраической сумме комплексных действующих значений ЭДС источников, входящих в контур. Значения ЭДС положительны, если их направления совпадают с направлением собственного контурного тока:

$$\begin{aligned}\dot{E}_{11} &= \dot{E}_1 - \dot{E}_2 = (50,0 - j \cdot 86,602) - (43,301 + j \cdot 25,0) = (6,699 - j \cdot 111,602) \text{ В}; \\ \dot{E}_{22} &= \dot{E}_2 = (43,301 + j \cdot 25,0) \text{ В}.\end{aligned}$$

Для определения контурных токов в электрической цепи (рисунок 1.22б) имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} (150 + j \cdot 30) \cdot \dot{I}_{11} - (150 + j \cdot 90) \cdot \dot{I}_{22} = (6,699 - j \cdot 111,602); \\ -(150 + j \cdot 90) \cdot \dot{I}_{11} + (250 + j \cdot 90) \cdot \dot{I}_{22} = (43,301 + j \cdot 25,0). \end{cases}$$

Решение системы уравнений для контурных токов можно найти с помощью программы компьютерной математики MathCAD:

$$A := \begin{vmatrix} 150 + j \cdot 30 & -(150 + j \cdot 90) \\ -(150 + j \cdot 90) & 250 + j \cdot 90 \end{vmatrix}; \quad B := \begin{vmatrix} 6,699 - j \cdot 111,602 \\ 43,301 + j \cdot 25,0 \end{vmatrix};$$

$$I_{kk} := A^{-1} \cdot B; \quad I_{kk} = \begin{vmatrix} 0,981 - 0,6747j \\ 0,9048 - 0,2774j \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \dot{I}_{11} \\ \dot{I}_{22} \end{vmatrix}.$$

По найденным контурным токам определяются токи в ветвях:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} = 0,981 - j \cdot 0,6747 = 1,1906 \cdot e^{-j34,52^\circ} \text{ А};$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_2 &= -\dot{I}_{11} + \dot{I}_{22} = -(0,981 - j \cdot 0,6747) + (0,9048 - j \cdot 0,2774) = \\ &= -0,0762 + j \cdot 0,3973 = 0,4045 \cdot e^{j100,85^\circ} \text{ А};\end{aligned}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{22} = 0,9048 - j \cdot 0,2774 = 0,9464 \cdot e^{-j17,045^\circ} \text{ А}.$$

2) Расчёт действующих значений токов ветвей электрической цепи методом узловых потенциалов.

Метод узловых потенциалов основан на применении законов токов Кирхгофа и Ома. По этому методу составляются уравнения для узловых потенциалов узлов схемы, при условии, что один из узлов цепи принимается за опорный и заземляется (его потенциал принимается равным нулю). Число уравнений, которые необходимо составить для цепи по методу узловых потенциалов на единицу меньше числа узлов схемы: $N_y = N_T = (y - 1)$.

Заданная электрическая цепь (рисунок 2б) имеет два узла, следовательно, по методу узловых напряжений для цепи необходимо составить одно уравнения для узлового потенциала [$N_y = 2 - 1 = 1$]. Если в качестве опорного принять узел схемы «с», уравнение для узлового напряжения \dot{U}_{fc} запишется:

$$\dot{U}_{fc} \cdot \sum_{k=1}^3 \underline{Y}_k = \sum_{k=1}^3 \dot{E}_k \cdot \underline{Y}_k.$$

Здесь: \dot{U}_{fc} – напряжение узла электрической цепи по отношению к узлу, выбранному за опорный (узел «с»);

$$\sum_{k=1}^3 \underline{Y}_k \text{ – собственная узловая проводимость узла «f»,}$$

равная арифметической сумме комплексных проводимостей ветвей, присоединённых к этому узлу;

$$\sum_{k=1}^3 \dot{E}_k \cdot \underline{Y}_k \text{ – узловой ток, равный сумме токов корот-$$

кого замыкания ветвей, подходящих к узлу «f» (алгебраическая сумма произведений комплексных действующих значений ЭДС источников в ветвях на комплексную проводимость этих ветвей; если ЭДС ветви направлена к узлу, то составляющая тока короткого замыкания для ветви записывается со знаком «плюс»).

Для заданной электрической цепи (рисунок 1.22б) имеем:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^3 \underline{Y}_{\hat{e}} &= \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{60 \cdot e^{-j90^\circ}} + \frac{1}{174,929 \cdot e^{j30,964^\circ}} + \\ &+ \frac{1}{100 \cdot e^{j0^\circ}} = 0,016667 \cdot e^{j90^\circ} + 0,005717 \cdot e^{-j30,964^\circ} + 0,01 \cdot e^{-j0^\circ} = \\ &= j \cdot 0,016667 + (0,004902 - j \cdot 0,002941) + 0,01 = \\ &= 0,014902 + j \cdot 0,013726 = 0,020260 \cdot e^{j42,648^\circ} \tilde{N}_i ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^3 \dot{E}_{\hat{e}} \cdot \underline{Y}_{\hat{e}} &= \dot{E}_1 \cdot \underline{Y}_1 + \dot{E}_2 \cdot \underline{Y}_2 = \frac{\dot{E}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\dot{E}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{100 \cdot e^{-j60^\circ}}{60 \cdot e^{-j90^\circ}} + \frac{50 \cdot e^{j30^\circ}}{174,929 \cdot e^{j30,964^\circ}} = \\ &= 1,66667 \cdot e^{j30^\circ} + 0,28583 \cdot e^{-j0,964^\circ} = (1,44338 + j \cdot 0,83334) + \\ &+ (0,28579 - j \cdot 0,00481) = 1,72917 + j \cdot 0,82853 = 1,91742 \cdot e^{j25,60^\circ} \text{ A.} \end{aligned}$$

Узловое напряжение электрической цепи относительно опорного узла определится:

$$\dot{U}_{fc} = \frac{\sum_{k=1}^3 \dot{E}_k \cdot \underline{Y}_k}{\sum_{k=1}^3 \underline{Y}_k} = \frac{1,91742 e^{j25,60^\circ}}{0,020260 e^{j42,648^\circ}} = 94,6407 e^{-j17,048^\circ} = (90,482 - j27,746) \text{ В.}$$

На основании закона Ома найдутся токи ветвей цепи:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{-\dot{U}_{fc} + \dot{E}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{-(90,482 - j27,746) + (50,0 - j86,602)}{60 e^{-j90^\circ}} = \\ &= \frac{-40,482 - j58,856}{60 e^{-j90^\circ}} = \frac{71,434 e^{-j124,52^\circ}}{60 e^{-j90^\circ}} = 1,1906 e^{-j34,52^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_2 &= \frac{-\dot{U}_{fc} + \dot{E}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{-(90,482 - j27,746) + (43,301 + j25,0)}{174,929 e^{j30,964^\circ}} = \\ &= \frac{-47,181 + j52,746}{174,929 e^{j30,964^\circ}} = \frac{70,769 e^{j131,812^\circ}}{174,929 e^{j30,964^\circ}} = 0,40456 e^{j100,848^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_3 &= \frac{\dot{U}_{fc}}{\underline{Z}_3} = \frac{94,6407 e^{-j17,048^\circ}}{100,0 e^{j0^\circ}} = 0,94641 e^{-j17,048^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Значения токов ветвей, найденные методом узловых потенциалов совпали со значениями токов, определёнными методом контурных токов.

3. Баланс комплексных, активных и реактивных мощностей источников электрической энергии и приёмников запишется:

$$\underline{S}_{ист.} = \underline{S}_{приёмн.}; \quad P_{ист.} = P_{приёмн.}; \quad Q_{ист.} = Q_{приёмн.}$$

Комплексная мощность, отдаваемая источниками энергии:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{ист.} &= \sum_{k=1}^6 \underline{S}_k = \sum_{k=1}^3 \dot{E}_k \cdot \dot{I}_k^* = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + 0 = \dot{E}_1 \cdot \dot{I}_1^* + \dot{E}_2 \cdot \dot{I}_2^* = \\ &= 100,0 e^{-j60^\circ} \cdot 1,1906 e^{+j34,52^\circ} + 50,0 e^{j30^\circ} \cdot 0,4045 e^{-j100,85^\circ} = \\ &= 119,06 e^{-j25,48^\circ} + 20,225 e^{-j70,85^\circ} = (107,480 - j51,219) + \\ &+ (6,635 - j19,106) = 114,115 - j70,325 = 134,044 e^{-j31,64^\circ} \text{ ВА.} \end{aligned}$$

Здесь: $I_k^* = I_k \cdot e^{-j \cdot \psi_{ik}}$ – сопряжённый комплекс тока $\dot{I}_k = I_k \cdot e^{j \cdot \psi_{ik}}$.

Активная и реактивная мощности источников энергии:

$$P_{ист.} = 114,115 \text{ Вт}; \quad Q_{ист.} = -70,325 \text{ ВАр.}$$

Активная мощность приёмников энергии:

$$\begin{aligned} P_{приёмн.} &= \sum_{k=1}^6 R_k \cdot I_k^2 = \sum_{k=1}^3 R_k \cdot I_k^2 = 0 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = \\ &= 150 \cdot 0,4045^2 + 100 \cdot 0,9464^2 = 24,543 + 89,567 = 114,110 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Реактивная мощность приёмников энергии:

$$\begin{aligned} Q_{приёмн.} &= \sum_{k=1}^3 (X_{L_k} - X_{C_k}) \cdot I_k^2 = (X_{L_1} - X_{C_1}) \cdot I_1^2 + X_{L_2} \cdot I_2^2 + 0 = \\ &= -60 \cdot 1,1906^2 + 90 \cdot 0,4045^2 = -85,052 + 14,726 = -70,326 \text{ ВАр.} \end{aligned}$$

Относительные погрешности выполненного расчёта:

$$\Delta P \% = \frac{|P_{ист.} - P_{приёмн.}|}{P_{ист.}} \cdot 100\% = \frac{0,005}{114,115} \cdot 100\% = 0,0044\% < 1\% ;$$

$$\Delta Q \% = \frac{|Q_{ист.} - Q_{приёмн.}|}{|Q_{ист.}|} \cdot 100\% = \frac{0,001}{70,325} \cdot 100\% = 0,0014\% < 1\% .$$

Расчёт режима электрической цепи выполнен верно, баланс мощностей соблюдается с требуемой точностью.

4. Для построения топографической векторной диаграммы находим комплексные действующие значения напряжений на всех элементах электрической цепи:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{L1} &= j X_{L1} \cdot \dot{I}_1 = 40 e^{j90^\circ} \cdot 1,1906 e^{-j34,52^\circ} = 47,624 e^{j55,48^\circ} = \\ &= (26,990 + j39,240) \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{C1} &= -j X_{C1} \cdot \dot{I}_1 = 100 e^{-j90^\circ} \cdot 1,1906 e^{-j34,52^\circ} = 119,06 e^{-j124,52^\circ} = \\ &= (-67,473 - j98,100) \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{R2} &= R_2 \cdot \dot{I}_2 = 150 e^{j0^\circ} \cdot 0,4045 e^{j100,85^\circ} = 60,682 e^{j100,85^\circ} = \\ &= (-11,425 + j59,596) \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{L2} &= j X_{L1} \cdot \dot{I}_1 = 90 e^{j90^\circ} \cdot 0,4045 e^{j100,85^\circ} = 36,409 e^{j190,85^\circ} = \\ &= (-35,758 - j6,855) \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{R3} &= R_3 \cdot \dot{I}_3 = 100e^{j0^\circ} \cdot 0,9464e^{-j17,045^\circ} = 94,64e^{-j17,045^\circ} = \\ &= (90,483 - j27,742) \text{ В}.\end{aligned}$$

Комплексные потенциалы точек схемы (рисунок 1.22а) при условии, что потенциал точки « а » схемы равен нулю:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_a &= 0; \\ \dot{\varphi}_b &= \dot{\varphi}_a - \dot{E}_1 = 0 - (50,0 - j86,602) = -50,0 + j86,602 = 100e^{j120^\circ} \text{ В}; \\ \dot{\varphi}_c &= \dot{\varphi}_b + \dot{U}_{C1} = (-50,0 + j86,602) + (-67,473 - j98,100) = \\ &= -117,473 - j11,498 = 118,034e^{-j174,41^\circ} \text{ В}; \\ \dot{\varphi}_d &= \dot{\varphi}_c - \dot{U}_{L2} = (-117,473 - j11,498) - (-35,758 - j6,855) = \\ &= -81,716 - j4,643 = 81,846e^{-j176,75^\circ} \text{ В}; \\ \dot{\varphi}_e &= \dot{\varphi}_d + \dot{E}_2 = (-81,716 - j4,643) + (43,301 + j25,0) = \\ &= (-38,415 + j20,357) = 43,474e^{j152,08^\circ} \text{ В}; \\ \dot{\varphi}_f &= \dot{\varphi}_e - \dot{U}_{R2} = (-38,415 + j20,357) - (-11,425 + j59,596) = \\ &= (-26,99 - j39,239) = 47,625e^{-j124,52^\circ} \text{ В}.\end{aligned}$$

Задаёмся комплексной плоскостью и в масштабе тока m_i строим векторы токов ветвей. Выбираем масштаб напряжений (потенциалов) m_u и в этом масштабе строим на комплексной плоскости векторы потенциалов точек схемы (векторы напряжений на элементах электрической цепи).

Примечание: построение векторов токов, потенциалов (напряжений) удобно выполнять через их проекции на координатные оси комплексной плоскости.

Векторная диаграмма токов и топографическая векторная диаграмма напряжений для заданной цепи (рисунок 1.22а) показана на рисунке 1.23.

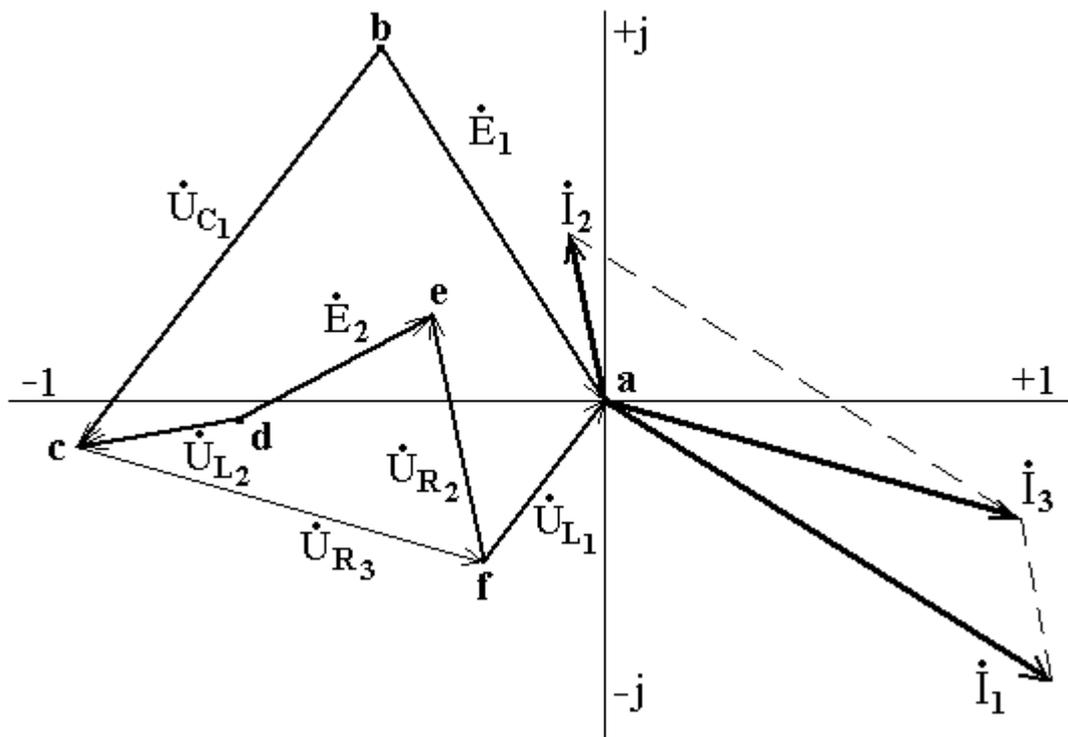


Рисунок 1.23 – Векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений для электрической цепи

5. Полагаем, что между индуктивными катушками L_1 и L_2 электрической цепи имеется индуктивная связь при взаимной индуктивности M (рисунок 1.24).

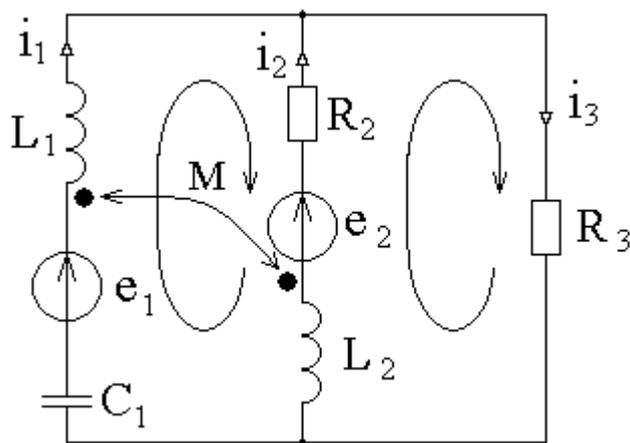


Рисунок 1.24 – Электрическая цепь с взаимной индуктивностью

С учётом направлений токов в ветвях с индуктивностями (рисунок 1.21) указываем одноимённые зажимы индуктивных катушек, обеспечивая их встречное включение (встречное направление в катушках магнитных потоков самоиндукции и взаимной индукции).

По законам Кирхгофа с учётом индуктивной связи электрическая цепь опишется тремя уравнениями.

Дифференциальная форма записи законов Кирхгофа:

$$\begin{cases} i_1(t) + i_2(t) - i_3(t) = 0; \\ \frac{1}{C_1} \int i_1(t) dt + L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} - R_2 i_2(t) - L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt} = e_1(t) - e_2(t); \\ L_2 \cdot \frac{di_2(t)}{dt} - M \frac{di_1(t)}{dt} + R_2 \cdot i_2(t) + R_3 \cdot i_3(t) = e_2(t). \end{cases}$$

Комплексная форма записи законов Кирхгофа:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0; \\ (-jX_{C1})\dot{I}_1 + (jX_{L1})\dot{I}_1 - (jX_M)\dot{I}_2 - R_2 \dot{I}_2 - (jX_{L2})\dot{I}_2 + (jX_M)\dot{I}_1 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2; \\ (jX_{L2})\dot{I}_2 - (jX_M)\dot{I}_1 + R_2 \dot{I}_2 + R_3 \cdot \dot{I}_3 = \dot{E}_2, \end{cases}$$

где $X_M = \omega \cdot M = 2\pi f \cdot M$ – сопротивление взаимной индуктивности индуктивно-связанных катушек.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ 2

С учётом индивидуального варианта задачи (№19 из таблицы 2.1) схема заданной электрической цепи, подключенной к трёхфазному генератору, имеет вид, приведённый на рисунке 2.21.

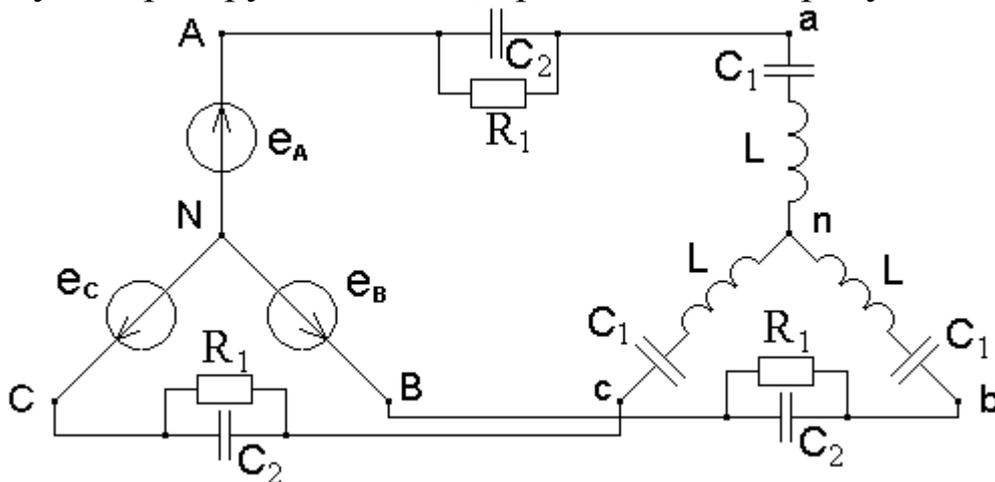


Рисунок 2.21 – Схема трёхфазной электрической цепи

Действующее значение ЭДС фазы генератора E_A , период изменения T , параметры элементов цепи L , C_1 , C_2 и R_1 , заданы.

E_A , В	T , с	L , мГн	C_1 , мкФ	C_2 , мкФ	R_1 , Ом	Определить
20	0,015	35,76	210,9	137,84	17,32	u_{bc}

1. Трёхфазный генератор, создаёт трёхфазную симметричную систему синусоидальных фазных ЭДС прямой последовательности. В комплексной форме система фазных ЭДС (напряжений) трёхфазного симметричного генератора запишется:

$$\begin{cases} \dot{U}_A = \dot{E}_A = E_\phi \cdot e^{j0^\circ} = 20e^{j0^\circ} = 20 \text{ В}; \\ \dot{U}_B = \dot{E}_B = \dot{E}_A \cdot e^{-j120^\circ} = 20e^{-j120^\circ} = (-10,0 - j17,32) \text{ В}; \\ \dot{U}_C = \dot{E}_C = \dot{E}_A \cdot e^{j120^\circ} = 20e^{j120^\circ} = (-10,0 + j17,32) \text{ В}. \end{cases}$$

Система линейных напряжений источника:

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = \sqrt{3} \cdot \dot{U}_A \cdot e^{j30^\circ} = 34,64e^{j30^\circ} = (30,0 + j17,32) \text{ В}; \\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{AB} \cdot e^{-j120^\circ} = 34,64e^{-j90^\circ} = (-j34,64) \text{ В}; \\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{AB} \cdot e^{j120^\circ} = 34,64e^{j150^\circ} = (-30,0 + j17,32) \text{ В}. \end{cases}$$

К трёхфазному симметричному источнику энергии подключена симметричная нагрузка, соединённая «звездой» при наличии сопротивлений в линейных проводах.

Реактивные сопротивления индуктивности и ёмкостей токам заданной частоты определяются:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,015} = 66,667 \text{ Гц};$$

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = \frac{2\pi \cdot L}{T} = \frac{2\pi \cdot 35,76 \cdot 10^{-3}}{0,015} = 14,98 \text{ Ом};$$

$$X_{\tilde{N}1} = \frac{1}{\omega \cdot \tilde{N}_1} = \frac{1}{2\pi f \cdot \tilde{N}_1} = \frac{T}{2\pi \cdot \tilde{N}_1} = \frac{0,015}{2\pi \cdot 210,9 \cdot 10^{-6}} = 11,32 \text{ Ом};$$

$$X_{\tilde{N}2} = \frac{1}{\omega \cdot \tilde{N}_2} = \frac{1}{2\pi f \cdot \tilde{N}_2} = \frac{T}{2\pi \cdot \tilde{N}_2} = \frac{0,015}{2\pi \cdot 137,84 \cdot 10^{-6}} = 17,32 \text{ Ом}.$$

Комплексное сопротивление в линейных проводах:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\tilde{e}} &= \frac{-jX_{C2} \cdot R_1}{R_1 - jX_{C2}} = \frac{-j17,32 \cdot 17,32}{17,32 - j17,32} = \frac{17,32e^{-j90^\circ} \cdot 17,32e^{j0^\circ}}{24,494e^{-j45^\circ}} = 12,247e^{-j45^\circ} = \\ &= (8,66 - j8,66) \hat{i} . \end{aligned}$$

Комплексное сопротивление фазы симметричной нагрузки:

$$\underline{Z}_n = (-jX_{C1}) + (jX_L) = (-j11,32) + (j14,98) = j3,66 = 3,66e^{j90^\circ} \text{ Ом}.$$

Расчётная схема трёхфазной цепи приведена на рисунке 2.22.

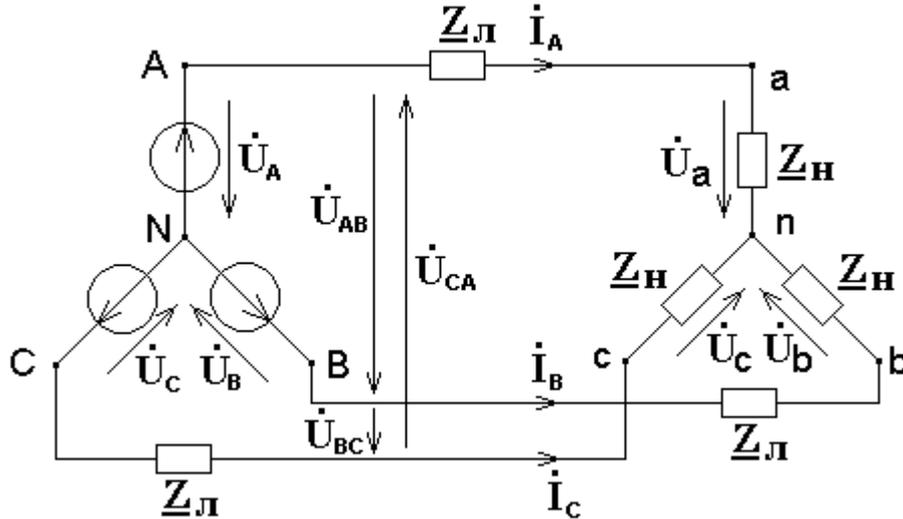
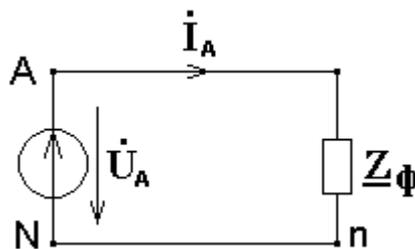


Рисунок 2.22 – Расчётная схема трёхфазной цепи

Комплексное сопротивление одной фазы трёхфазной цепи:

$$\underline{Z}_\phi = \underline{Z}_л + \underline{Z}_н = (8,66 - j8,66) + (j3,66) = 8,66 - j5,0 = 10e^{-j30^\circ} \text{ Ом}.$$

Схема трёхфазной цепи (рисунок 2.22) представляет собой симметричную трёхфазную цепь, для которой потенциалы нулевых точек источника и нагрузки равны: $\dot{\varphi}_n = \dot{\varphi}_N$. Расчёт такой электрической цепи ведётся по расчётной схеме для одной фазы, приведённой ниже:



Линейные токи симметричной трёхфазной цепи определяются:

$$\begin{cases} \dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_\phi} = \frac{20e^{j0^\circ}}{10e^{-j30^\circ}} = 2,0e^{j30^\circ} = (1,732 + j1,0) \text{ A}; \\ \dot{I}_B = \dot{I}_A \cdot e^{-j120^\circ} = 2,0e^{-j90^\circ} = (-j2,0) \text{ A}; \\ \dot{I}_C = \dot{I}_A \cdot e^{j120^\circ} = 2,0e^{j150^\circ} = (-1,732 + j1,0) \text{ A}. \end{cases}$$

Токи в активных сопротивлениях и ёмкостях линии:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{I}_{AR} = \dot{I}_{AR1} = \dot{I}_A \cdot \frac{\underline{Z}_L}{R_1} = \frac{-jX_{C2}}{R_1 - jX_{C2}} \cdot \dot{I}_A = \frac{17,32e^{-j90^\circ}}{24,494e^{-j45^\circ}} \cdot 2,0e^{j30^\circ} = 1,414e^{-j15^\circ} = \\ = (1,366 - j0,366) A; \\ \dot{I}_{BR} = \dot{I}_{BR1} = \dot{I}_{AR1} \cdot e^{-j120^\circ} = 1,414e^{-j135^\circ} = (-1,0 - j1,0) A; \\ \dot{I}_{CR} = \dot{I}_{CR1} = \dot{I}_{AR1} \cdot e^{j120^\circ} = 1,414e^{j105^\circ} = (-0,366 + j1,366) A. \\ \dot{I}_{AC} = \dot{I}_{AC2} = \dot{I}_A \cdot \frac{\underline{Z}_L}{-jX_{C2}} = \frac{R_1}{R_1 - jX_{C2}} \cdot \dot{I}_A = \frac{17,32e^{j0^\circ} \cdot 2e^{j30^\circ}}{24,494e^{-j45^\circ}} = 1,414e^{j75^\circ} = \\ = (0,366 + j1,366) A; \\ \dot{I}_{BC} = \dot{I}_{BC2} = \dot{I}_{AC2} \cdot e^{-j120^\circ} = 1,414e^{-j45^\circ} = (1,0 - j1,0) A; \\ \dot{I}_{CC} = \dot{I}_{CC2} = \dot{I}_{AC2} \cdot e^{j120^\circ} = 1,414e^{j195^\circ} = (-1,366 - j0,366) A. \end{array} \right.$$

2. Комплексное действующее значение напряжения между заданными точками определится по закону напряжений Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{bn} + \dot{U}_{nc} = \underline{Z}_H \cdot \dot{I}_B - \underline{Z}_H \cdot \dot{I}_C = 3,66e^{j90^\circ} \cdot 2,0e^{-j90^\circ} - \\ - 3,66e^{j90^\circ} \cdot 2,0e^{j150^\circ} = 7,32e^{j0^\circ} - 7,32e^{j240^\circ} = (7,32 + j0,0) - \\ - (-3,66 - j6,34) = 10,98 + j6,34 = 12,679e^{j30^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Мгновенное значение напряжения между заданными точками (закон изменения во времени):

$$u_{bc}(t) = \sqrt{2} \cdot 12,679 \sin(2\pi f \cdot t + 30^\circ) = 17,931 \sin(418,88 \cdot t + 30^\circ) \text{ В}.$$

3. Активная мощность симметричной трёхфазной цепи:

$$P = 3 \cdot U_A \cdot I_A \cdot \cos(\varphi_\phi) = 3 \cdot 20 \cdot 2 \cdot \cos 30^\circ = 103,9 \text{ Вт}.$$

$$\text{Или} \quad P = 3 \cdot R_1 \cdot I_{AR1}^2 = 3 \cdot 17,32 \cdot 1,414^2 = 103,9 \text{ Вт}.$$

4. Для построения топографической векторной диаграммы находим комплексные действующие значения напряжений на всех участках трёхфазной электрической цепи (рисунок 2.22).

$$\dot{U}_{an} = \underline{Z}_H \cdot \dot{I}_A = 3,66e^{j90^\circ} \cdot 2,0e^{j30^\circ} = 7,32e^{j120^\circ} = (-3,66 + j6,34) \text{ В};$$

$$\dot{U}_{bn} = \underline{Z}_H \cdot \dot{I}_B = 3,66e^{j90^\circ} \cdot 2,0e^{-j90^\circ} = 7,32e^{j0^\circ} = (7,32 + j0,0) \text{ В};$$

$$\dot{U}_{cn} = \underline{Z}_H \cdot \dot{I}_C = 3,66e^{j90^\circ} \cdot 2,0e^{j150^\circ} = 7,32e^{j240^\circ} = (-3,66 - j6,34) \text{ В};$$

$$\dot{U}_{Aa} = \underline{Z}_{\lambda} \cdot \dot{I}_A = 12,247 e^{-j45^\circ} \cdot 2,0 e^{j30^\circ} = 24,494 e^{-j15^\circ} = (23,66 - j6,34) B;$$

$$\dot{U}_{Bb} = \underline{Z}_{\lambda} \cdot \dot{I}_B = 12,247 e^{-j45^\circ} \cdot 2,0 e^{-j90^\circ} = 24,494 e^{-j135^\circ} = (-17,32 - j17,32) B;$$

$$\dot{U}_{Cc} = \underline{Z}_{\lambda} \cdot \dot{I}_C = 12,247 e^{-j45^\circ} \cdot 2,0 e^{j150^\circ} = 24,494 e^{j105^\circ} = (-6,34 + j23,66) B;$$

Комплексные потенциалы точек схемы при условии, что за нулевой потенциал принят потенциал нулевой точки генератора:

$$\dot{\varphi}_N = 0; \quad \dot{\varphi}_A = \dot{\varphi}_N + \dot{E}_A = 0 + (20,0 + j0,0) = 20,0 + j0,0 = 20 e^{j0^\circ} B;$$

$$\dot{\varphi}_B = \dot{\varphi}_N + \dot{E}_B = 0 + (-10,0 - j17,32) = -10,0 - j17,32 = 20 e^{-j120^\circ} B;$$

$$\dot{\varphi}_C = \dot{\varphi}_N + \dot{E}_C = 0 + (-10,0 + j17,32) = -10,0 + j17,32 = 20 e^{j120^\circ} B;$$

$$\dot{\varphi}_a = \dot{\varphi}_A - \dot{U}_{Aa} = (20,0 + j0,0) - (23,66 - j6,34) = -3,66 + j6,34 = 7,32 e^{j120^\circ} B;$$

$$\dot{\varphi}_b = \dot{\varphi}_B - \dot{U}_{Bb} = (-10,0 - j17,32) - (-17,32 - j17,32) = 7,32 + j0,0 = 7,32 e^{j0^\circ} B;$$

$$\dot{\varphi}_c = \dot{\varphi}_C - \dot{U}_{Cc} = -10 + j17,32 - (-6,34 + j23,66) = -3,66 - j6,34 = 7,32 e^{-j120^\circ} B.$$

Задаёмся комплексной плоскостью и в масштабе тока m_i строим векторы токов (рисунок 2.23). Выбираем масштаб напряжений (потенциалов) m_u и в этом масштабе строим на комплексной плоскости векторы напряжений (потенциалов точек схемы).

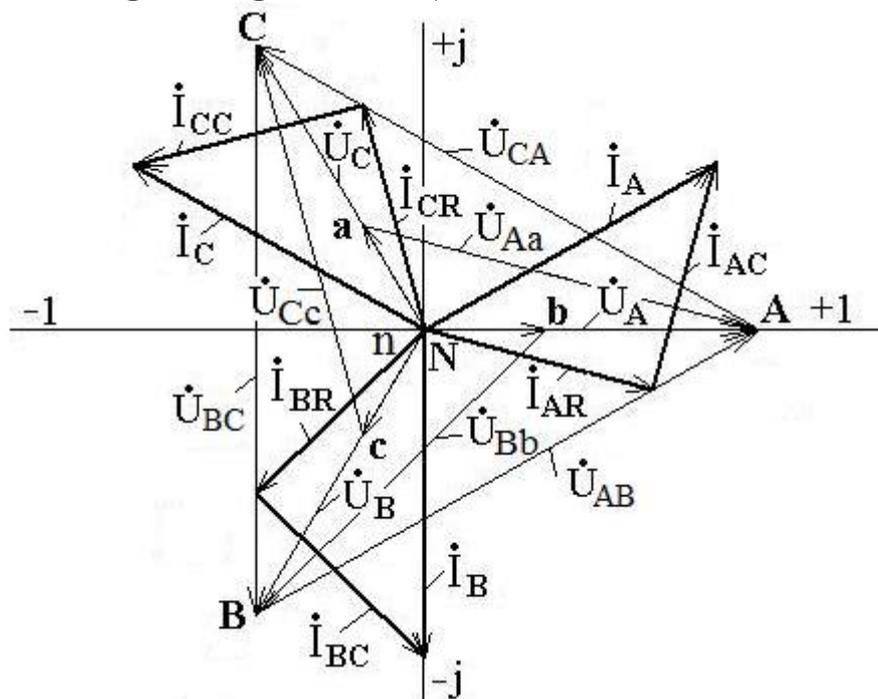


Рисунок 2.23 – Векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений трёхфазной цепи

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зевеке Г.В. Основы теории цепей: учебник для вузов / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. – 5-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник для вузов / Л.А. Бессонов. – 10-е изд. – М.: Гардарики, 2001. – 638 с.
3. Попов В.П. Основы теории цепей: учебник для вузов / В.П. Попов. – 5-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2005. – 575 с.
4. Шебес М.Р. Задачник по теории линейных электрических цепей: учебное пособие для вузов / М.Р. Шебес, М.В. Каблукова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1990, – 544 с.
5. Бессонов Л.А. Сборник задач по теоретическим основам электротехники. / Л.А. Бессонов, И.Г. Демидова, М.Е. Заруди и др. – М.: Высшая школа, 1988, – 543с.

Учебное издание

Составители:
Князев Валерий Семёнович
Кипервассер Михаил Вениаминович

**РАСЧЁТ УСТАНОВИВШИХСЯ ПРОЦЕССОВ
В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ**

Методические указания к выполнению
расчётно-графических работ для студентов
электротехнических специальностей заочного обучения
по дисциплине «Теоретические основы электротехники»

Редактор Ю.А. Колокольцева

Подписано в печать .

Формат бумаги 60×84 1/16. Бумага писчая. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 2,70. Уч.- изд. л. 2,94. Тираж 100 экз. Заказ 919.

Сибирский государственный индустриальный университет.
654007, г. Новокузнецк, ул. Кирова, 42.
Издательский центр СибГИУ.